Lineare Algebra und Analytische Geometrie 1 · Winter 2016/17 · **Mini-Test 8** 28.11.2016

Name (deutlich lesbar!): ....

Matrikelnummer (deutlich lesbar!): | | | | | | | |

Aufgabe 1 Zerlegen Sie die folgende Permutation in disjunkte Zyklen und bestimmen Sie ihr Vorzeichen:

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 6 & 7 & 2 & 9 & 8 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Lösung. $\pi = (1\ 3\ 7)(2\ 6\ 8\ 5\ 9\ 4)$. $\operatorname{sgn}(\pi) = -1$.

Aufgabe 2 Berechnen Sie folgende Determinante:

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

Lösung.

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \end{vmatrix} = -1 \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 4 \end{vmatrix} - (-1) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} = -1(-2) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$$
$$= 2(4-6) + 3 \cdot 3 = -4 + 9 = 5$$

Aufgabe 3 Zeigen oder widerlegen Sie: Für alle Matrizen $A, B \in \mathbb{K}^{n \times n}$ gilt $\det(A+B) = \det(A) + \det(B)$.

Lösung. Falsch: Wähle $A = I_2, B = -I_2 \in \mathbb{Q}^{n \times n}$. Dann gilt $\det(A+B) = \det(0) = 0 \neq 2 = 1 + 1 = \det(A) + \det(B)$.