Lineare Algebra und Analytische Geometrie 1 · Winter 2016/17 · **Mini-Test 6** 14.11.2016

Name (deutlich lesbar!): ....

Matrikelnummer (deutlich lesbar!):

Aufgabe 1 Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{Q}^4$ mit

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -4 \\ -1 & 1 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} x = 0$$

Lösung.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -4 \\ -1 & 1 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Streichen von Null-Zeilen und Auffüllen mit Hilfszeilen ergibt

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Daraus folgt $L = \{\alpha \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} : \alpha, \beta \in \mathbb{Q}\}$.

Aufgabe 2 Seien $u, v \in \mathbb{K}^n$ beliebige Vektoren. Zeigen Sie, dass die drei Vektoren $u, v, u + v$ linear abhängig sind.

Lösung. Es gilt $1u + 1v + (-1)(u + v) = 0$.