Lineare Algebra und Analytische Geometrie 1 · Winter 2016/17 · **Mini-Test 3** 24.10.2016

Name (deutlich lesbar!): ....

Matrikelnummer (deutlich lesbar!):

Aufgabe 1 Auf $\mathbb{Q}$ wird durch $x \sim y \iff |x| = |y|$ eine Äquivalenzrelation erklärt. Auf der Menge $\mathbb{P} := \mathbb{Q}/\sim$ soll eine Verknüpfung definiert werden.

1. Zeigen Sie, dass $\oplus\colon \mathbb{P} \times \mathbb{P} \to \mathbb{P}$, $[x]_\sim \oplus [y]_\sim := [x+y]_\sim$ **keine** zulässige Definition ist.
2. Zeigen Sie, dass $\otimes\colon \mathbb{P} \times \mathbb{P} \to \mathbb{P}$, $[x]_\sim \otimes [y]_\sim := [xy]_\sim$ eine zulässige Definition ist.

Lösung.

1. Wegen $1 \sim -1$ gilt $[1]_\sim = [-1]_\sim$. Daher müsste z.B. $[1]_\sim \oplus [2]_\sim = [1+2]_\sim = [3]_\sim$ und $[-1]_\sim \oplus [2]_\sim = [-1+2]_\sim = [1]_\sim$ gelten, also $[3]_\sim = [1]_\sim$, also $3 \sim 1$, was aber nicht der Fall ist.
2. Sind $x_1, x_2 \in \mathbb{Q}$ und $y_1, y_2 \in \mathbb{Q}$ so, dass $x_1 \sim x_2$ und $y_1 \sim y_2$ gilt, dann gilt $|x_1| = |x_2|$ und $|y_1| = |y_2|$, also $|x_1y_1| = |x_1||y_1| = |x_2||y_2| = |x_2y_2|$, also $x_1y_1 \sim x_2y_2$, wie gefordert.