Lineare Algebra und Analytische Geometrie 1 **Wintersemester 2016/17**
http://www.algebra.uni-linz.ac.at/teaching/ws2016/linalg/

Übungsblatt 5

Besprechung am **6.11.2016**

Aufgabe 1 (lineare Abhängigkeit). Es seien

$$v_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, v_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, v_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Vektoren in $\mathbb{Q}^3$. Man berechne die Menge aller linear abhängigen Teilmengen der Menge $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$.

Aufgabe 2 (Linearkombinationen und linear Abhängigkeit). Es sei $\mathbb{K}$ ein Körper. Es seien $m, n \in \mathbb{N}$. Es seien $v_1, \ldots, v_m$ paarweise verschiedene Vektoren in $\mathbb{K}^n$.

a) Man nehme an, daß keiner der Vektoren $v_1, \ldots, v_m$ eine Linearkombination der anderen ist. Man zeige, daß die Vektoren $v_1, \ldots, v_m$ linear unabhängig sind.

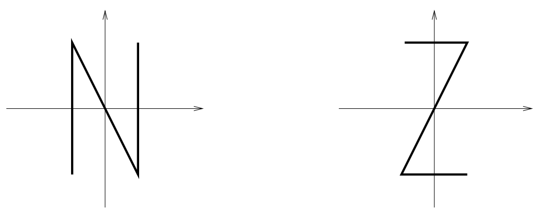
b) Man nehme an, die Menge $M = \{v_1, \ldots, v_m\}$ linear abhängig, aber jede echte Teilmenge von M ist linear unabhängig. Man zeige, daß es genau eine Linearkombination von v_m durch die Vektoren $v_1, \ldots, v_{m-1}$ gibt.

Aufgabe 3 (Matrizenrechnung). Es seien

$$A = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & -2 & -3 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

Matrizen mit Einträgen aus $\mathbb{Q}$. Man berechne $(A \cdot B \cdot C) + D$.

Aufgabe 4 (Abbildungen). Man bestimme eine Matrix, die eine Abbildung darstellt, die die linke Figur auf die rechte Figur abbildet (zwei Lösungen).



Aufgabe 5 (Gleichungen über Matrizen). Es sei $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ eine Matrix mit $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, sodaß $A^2 (= A \cdot A) = I_2$ gilt. Es sei $a = 17$. Man berechne d.