

# Übungsblatt 13

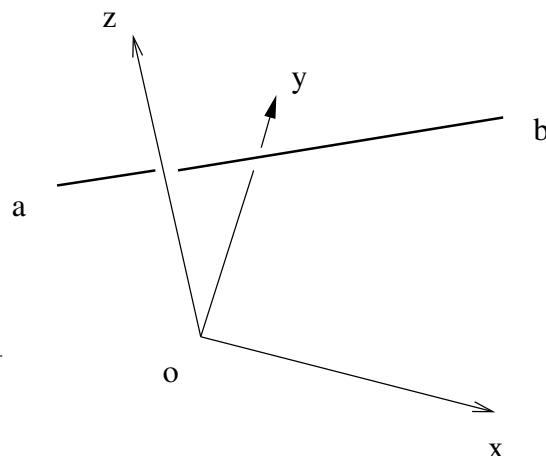
Besprechung am **23.1.2017**

**Aufgabe 1** Es sei  $\mathbb{K}$  ein Körper. Es seien  $V, W$  Vektorräume über  $\mathbb{K}$ . Es sei  $h : V \rightarrow W$  eine lineare Abbildung. Man zeige:

- a) Wenn  $h$  injektiv ist, dann ist  $h^\top : W^* \rightarrow V^*$  surjektiv.
- b) Wenn  $h$  surjektiv ist, dann ist  $h^\top : W^* \rightarrow V^*$  injektiv.

**Aufgabe 2** Es sei  $p \in \mathbb{R}^3$ . Es seien  $G_1, G_2$  zwei affine Geraden in  $\mathbb{R}^3$ , die nicht parallel sind und nicht durch  $p$  gehen. Man zeige, daß es höchstens eine Gerade  $G_3$  gibt, die durch  $p$  geht und die Geraden  $G_1$  und  $G_2$  schneidet.

**Aufgabe 3** Eine  $3 \times 4$ -Matrix  $A$  bildet Punkte des  $\mathbb{P}^3$  auf Punkte des  $\mathbb{P}^2$  ab. Dabei sind folgende Abbildungspaare bekannt:



Bezeichnung	Koordinaten in $\mathbb{P}^3$	Bildpunkt in $\mathbb{P}^2$
o	$(0 : 0 : 0 : 1)$	$(0 : 0 : 1)$
x	$(1 : 0 : 0 : 0)$	$(4 : -1 : 1)$
y	$(0 : 1 : 0 : 0)$	$(1 : 3 : 1)$
z	$(0 : 0 : 1 : 0)$	$(-1 : 4 : 1)$
a	$(1 : 1 : 1 : 1)$	$(-2 : 2 : 1)$
b	$(-2 : 3 : 1 : 1)$	$(4 : \frac{19}{6} : 1)$

- a) Man berechne den Kern von  $A$ .
- b) Man berechne  $A(4 : 2 : 5 : 1)$ .

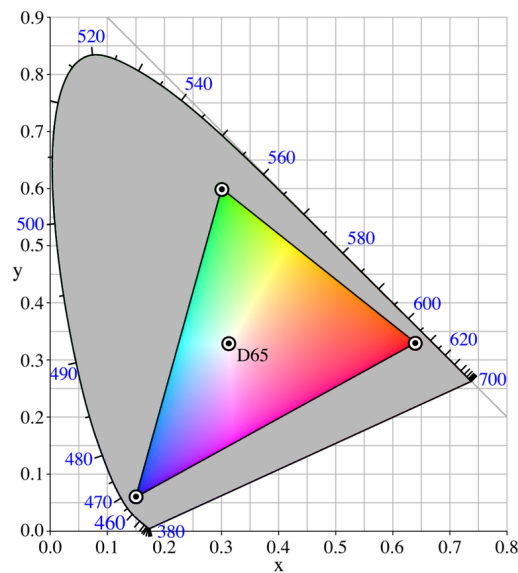
Hinweis: Die Spalten von  $A$  sind bis auf skalare Faktoren bekannt.

**Aufgabe 4** Wie viele Punkte einer dreidimensionalen virtuellen Realität zusammen mit deren Darstellung auf einem zweidimensionalen Bildschirm muß man mindestens kennen, um die Position der virtuellen Kamera bestimmen zu können?

Hinweis: Versuchen Sie vorher, Beispiel 3 zu lösen (wenn nicht schon geschehen).

**Aufgabe 5** Nicht alle Konvexkombinationen von monochromatischen Farben lassen sich durch Konvexkombinationen der drei Basisfarben R, G, und B darstellen. Um die Menge der darstellbaren Farben zu erhöhen, wird eine vierte Lichtquelle N gebaut, die Licht erzeugt, das monochromatischem Licht mit ca. 500 nm Wellenlänge ähnelt (etwa neongrün; diese Farbe liegt relativ weit außerhalb des Bereichs, der durch Konvexkombinationen von R,G, und B erzeugt werden kann). Da der Farbraum nur drei-dimensional ist, gibt es für die meisten wahrgenommenen Farben unendlich viele Möglichkeiten, diese Farbe durch Mischung der Farben R,G,B, und N darzustellen.

Ist es möglich, N so zu wählen, daß je zwei Linearkombination von R,G,B, und N, die von Person A als gleich wahrgenommen werden, auch von Person B als gleich wahrgenommen werden? Dabei nehmen wir an, daß Person A nicht farbenblind ist.



Sichtbarer Farbraum und RGB-Farben.

Quelle: [https://en.wikipedia.org/wiki/RGB\\_color\\_model](https://en.wikipedia.org/wiki/RGB_color_model)