Übungsblatt 9, Diskrete Strukturen, WS 2016/2017
Lösung bis **Dienstag, 17.01.2017**

Name: .... Mat.-Nr.: ....
Übungsgruppe: Fuchs 13:45 ☐ 14:30 ☐ Zavoianu 13:45 ☐ 14:30 ☐

Die mit (*) gekennzeichneten Aufgaben sind schriftlich auszuarbeiten und beim nächsten Übungstermin zur Bewertung abzugeben.

Beispiel 1 (*)
Lösen Sie nach $x \in \mathbb{Z}$:

a) $x \equiv_{11} 4 \wedge x \equiv_{17} 3$

b) $x \equiv_3 2 \wedge x \equiv_5 3$

Beispiel 2 ()

a) Zeigen Sie, dass $p(6) = 11$, wobei mit $p(n)$ wird die Anzahl der Partitionen der Zahl n bezeichnet.

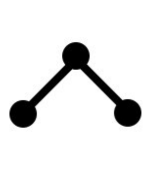
b) Sei $n > 0$ und sei a_n die Anzahl der n-Tupel $x = (x_1, \ldots, x_n)$ in $(\mathbb{N} \setminus \{0, 2, 3, 4\})^n$ so dass $x_1 + \cdots + x_n = n + 11$. Zum Beispiel gilt $a_2 = 6$, denn die fraglichen Tupel sind genau (1,12),(5,8),(6,7),(7,6),(8,5),(12,1). Bestimmen Sie den Wert von a_{100}. Bestimmen Sie dazu zunächst die ersten paar Werte von a_n und suchen Sie nach den Zahlen auf http://www.oeis.org. Die dort angegebene Formel dürfen Sie ohne Beweis zur Berechnung von a_{100} verwenden.

Beispiel 3 ()
Wie viele orientierte Bäume (bis auf Isomorphie) – engl. *plane trees/multi-way trees* – kann man mit $n+1$ Knoten konstruieren. Motivieren Sie Ihre Antwort mit einem bijektiven Beweis. Zum Beispiel:

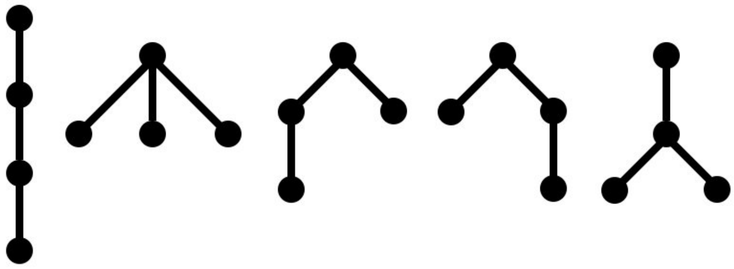
a) $n = 0 \Rightarrow n + 1 = 1 \Rightarrow$ es gibt einen Baum:

b) $n = 1 \Rightarrow n + 1 = 2 \Rightarrow$ es gibt einen Baum:

c) $n = 2 \Rightarrow n + 1 = 3 \Rightarrow$ es gibt 2 Bäume:



d) $n = 3 \Rightarrow n + 1 = 4 \Rightarrow$ es gibt 5 Bäume:



Beispiel 4 (*)
Sei $G = (\{1, 2, 3\}, \{(2, 1), (3, 1), (2, 3), (3, 2)\})$ ein gerichteter Graph. Bestimmen Sie:

a) $Aut(G)$

b) die Anzahl der Färbungen für G mit zwei Farben bis auf Isomorphie

c) die Anzahl der Färbungen für G mit $k \in \mathbb{N}$ Farben bis auf Isomorphie