Übungsblatt 3, Diskrete Strukturen, WS 2016/2017
Lösung bis **Dienstag, 22.11.2016**

Name: ............................................ Mat.-Nr.: .................
Übungsgruppe: Fuchs 13:45 □ 14:30 □ Zavoianu 13:45 □ 14:30 □

**Die mit (*) gekennzeichneten Aufgaben sind schriftlich auszuarbeiten und beim nächsten Übungstermin zur Bewertung abzugeben.**

**Beispiel 1 (*)**
Berechnen Sie die folgenden Permutationen und bestimmen Sie jeweils alle Zyklen und Fixpunkte. Welche der Permutationen sind Transpositionen?:

a) $\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

b) $\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

c) $\pi = \begin{pmatrix} a & b & c & d & e & f & g & h & i \\ g & e & d & b & c & f & i & h & a \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} a & b & c & d & e & f & g & h & i \\ i & d & e & c & b & f & a & h & g \end{pmatrix}$

d) $\pi \in S_7$, wobei $\pi^{-1} = (2,5,1)(3,4)$

**Beispiel 2 ( )**
Sei $A = \{x \in \mathbb{Z} \,|\, x \text{ ist gerade}\}$ und $B = \{x \in \mathbb{Z} \,|\, x \text{ ist ungerade}\}$. Sind $(A,+)$ und $(B,+)$ Gruppen? Motivieren Sie Ihre Antwort.

**Beispiel 3 (*)**
Sei $G = \{x \in \mathbb{R} \,|\, x \neq -1\}$ und $*$ eine Verknüpfung auf $G \times G$ so dass $x * y = x + y + xy$. Zeigen, dass $(G, *)$ eine Gruppe ist.

**Beispiel 4 ()**
Sei $\circ : A \times A \to A$ eine assoziative Verknüpfung. Zeigen Sie dass:

a) Ist $x \in A$ invertierbar, so ist auch $x^{-1}$ invertierbar und es gilt $(x^{-1})^{-1} = x$.

b) Sind $x, y \in A$ invertierbar, so ist auch $x \circ y$ invertierbar und es gilt $(x \circ y)^{-1} = y^{-1} \circ x^{-1}$