

Diskrete Strukturen, Übungsblatt 4

Übungsgruppe:

Name:

Matrikelnr:

1. Sei $G = (V, E)$ ein Graph, $v \in V$ ein Knoten. Der Grad $d(v)$ von v ist definiert durch $d(v) = d^+(v) + d^-(v)$, wobei $d^+(v) = \text{Anzahl aller Kanten } e \text{ der Form } e = (v, u) \text{ für ein } u \in V$, und $d^-(v) = \text{Anzahl aller Kanten } e \text{ der Form } e = (u, v) \text{ für ein } u \in V$. Sei $f : G_1 \rightarrow G_2$ ein Graphenisomorphismus. Zeigen Sie:
 - a. Für alle $v \in V$ gilt $d^+(v) = d^+(f(v))$
 - b. Für alle $v \in V$ gilt $d^-(v) = d^-(f(v))$
 - c. Für alle $v \in V$ gilt $d(v) = d(f(v))$
2. (Schriftliche Abgabe) Zeigen Sie für einen Graph $G = (V, E)$:
 - a. $\sum_{v \in V} d(v) = 2|E|$, wobei mit $|E|$ die Anzahl der Kanten bezeichnet wird.
 - b. Die Anzahl der Knoten ungeraden Grades ist eine ungerade Zahl.
3. Sind die Graphen $G_1 = (\{1, 2, 3, 4\}, \{(4, 2), (1, 4), (2, 2), (2, 1), (2, 3), (4, 3)\})$ und $G_2 = (\{a, b, c, d\}, \{(a, c), (d, a), (c, d), (d, b), (a, b), (a, a)\})$ isomorph? Geben Sie gegebenenfalls explizit einen Isomorphismus an.
4. Wieviele ungerichtete nichtisomorphe Graphen mit drei Knoten gibt es?
5. (Schriftliche Abgabe) Ein Graph $G = (V, E)$ heißt vollständig, wenn $E = V \times V$ gilt (vgl. Bsp.1 auf Seite 25 im Skriptum). Zeigen Sie: Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ ist genau dann vollständig, wenn G zusammenhängend und E reflexiv und transitiv ist.
6. In einem ungerichteten Graph ist die Distanz $d(u, v)$ zwischen zwei Knoten u, v definiert als die Länge des kürzesten Pfades von u nach v , falls ein solcher Pfad existiert, und unendlich sonst. Betrachten Sie den Graph, dessen Knoten alle Menschen sind, und bei dem zwischen zwei Menschen eine Kante existiert, wenn sich die betreffenden Menschen einmal die Hand gegeben haben. Versuchen Sie die Distanz zwischen Ihnen und Barak Obama, Albert Einstein, Papst Franziskus, Königin Elizabeth, etc., nach oben abzuschätzen.