

Übungsblatt 3, Diskrete Strukturen, WS 2016/2017
Lösung bis **Dienstag, 08.11.2016**

Name: Mat.-Nr.:
Übungsgruppe: Fuchs 13:45 14:30 Zavoianu 13:45 14:30

Die mit (*) gekennzeichneten Aufgaben sind schriftlich auszuarbeiten und beim nächsten Übungstermin zur Bewertung abzugeben.

Beispiel 1 ()

Es sei M eine Menge von Personen. Man untersuche nachstehend angeführte binäre Relationen R auf M hinsichtlich Reflexivität, Symmetrie, Antisymmetrie und Transitivität:

- a) $p R q$, falls p mit q verheiratet ist;
- b) $p R q$, falls p nicht älter als q ist;
- c) $p R q$, falls p so groß ist wie q ;
- d) $p R q$, falls p der Vater von q ist.

Beispiel 2 ()

Weisen Sie nach, dass " $\forall a, b \in \mathbb{N}, a \sim b : \Leftrightarrow a + b$ ist gerade" eine Äquivalenzrelation ist.

Beispiel 3 (*)

Auf \mathbb{Z} sei die Äquivalenzrelation \sim wie folgt gegeben:

$$a \sim b, \quad \text{falls es ein } z \in \mathbb{Z} \text{ gibt mit } a + 2b = 3z.$$

Bestimmen Sie die Äquivalenzklassen von 2, 4, 5, 7, 8, 10 und 11.

Beispiel 4 (*)

Sei $A = \{\square, \blacksquare, \square, \blacksquare, \circ, \bullet, \bullet, \bullet, \triangle, \blacktriangle, \blacktriangle, \triangle\}$ und die folgenden vier Äquivalenzrelationen:

- $x \sim_s y$, falls x und y die gleiche Form haben;
- $x \sim_c y$, falls x und y die gleiche Farbe haben;
- $x \sim_d y$, falls x und y die gleiche Größe haben;
- $x \sim_m y$, falls x und y sich höchstens in der Farbe unterscheiden.

Welche der folgenden Funktionsdefinitionen:

- $f_1 : A / \sim_s \rightarrow \{\text{blau, gelb, grau, rot, schwarz, weiß}\}, f_1([x]_{\sim_s}) := \text{Farbe von } x;$
- $f_2 : A / \sim_c \rightarrow \{\text{blau, gelb, grau, rot, schwarz, weiß}\}, f_2([y]_{\sim_c}) := \text{Farbe von } y;$
- $f_3 : A / \sim_d \rightarrow \{\text{groß, klein}\}, f_3([z]_{\sim_d}) := \text{Größe von } z;$
- $f_4 : A / \sim_m \rightarrow \{\text{groß, klein}\}, f_4([t]_{\sim_m}) := \text{Größe von } t.$

sind zulässig (d.h. repräsentantenunabhängig), und welche sind widersprüchlich? Begründen Sie Ihre Antwort.