Lineare Algebra und Analytische Geometrie 1 **Wintersemester 2015**
http://www.algebra.uni-linz.ac.at/teaching/ws2015/linalg/

Übungsblatt 2

Besprechung am **19.10.2015**

Aufgabe 1 Sei A={a,b,c}.

a) Geben Sie für jede mögliche Kombination der Eigenschaften reflexiv, symmetrisch und transitiv eine entsprechende Relation $\emptyset \neq R \subseteq A \times A$ an.

b) Geben Sie alle möglichen Äquivalenzrelationen auf A und die dazugehörigen Äquivalenzklassen an.

Aufgabe 2 Untersuchen Sie, welche der folgenden Relationen Äquivalenzrelationen sind und geben Sie gegebenenfalls die Äquivalenzklasse von $(-3, 2)$ an.

a) $(a, b) \sim (c, d) \Leftrightarrow |a| - |b| = |c| - |d|$ für $(a, b), (c, d) \in \mathbb{R}^2$,

b) $(a, b) \sim (c, d) \Leftrightarrow ab \leq cd$ für $(a, b), (c, d) \in \mathbb{Z}^2 \setminus \{(0, 0)\}$,

c) $(a, b) \sim (c, d) \Leftrightarrow ad = bc$ für $(a, b), (c, d) \in \mathbb{Z}^2 \setminus \{(0, 0)\}$,

d) $(a, b) \sim (c, d) \Leftrightarrow \max(|a|, 2|b|) = \max(|c|, 2|d|)$ für $(a, b), (c, d) \in \mathbb{Z}^2 \setminus \{(0, 0)\}$.

Aufgabe 3 Bestimmen Sie Eigenschaften (injektiv, surjektiv, bijektiv) folgender Funktionen:

a) $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ mit $x \mapsto x^2 + 1$,

b) $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $x \mapsto x^2 + 1$,

c) $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $x \mapsto x^3 - 1$.

Kann man durch Einschränkung auf $\mathbb{Z}_0^+$ bzw. $\mathbb{R}_0^+$ weitere Eigenschaften erzielen?

Aufgabe 4 a) Sei $f : A \to B$ eine Funktion. Zeigen Sie dass durch $x \sim y \Leftrightarrow f(x) = f(y)$ eine Äquivalenzrelation auf A definiert wird.

b) Sei f wie in Aufgabe 3 a) und $\sim$ wie in Aufgabe 4 a). Bestimmen Sie $g : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}/\sim$ und $h : \mathbb{Z}/\sim \to \mathbb{Z}$ so dass $f = h \circ g$.

Aufgabe 5 [schriftlich für Student_innen, für deren Matrikelnummer M gilt $3 \mid M$] Sei $f : A \to B$ eine Funktion. Zeigen Sie f ist injektiv genau dann wenn für alle Funktionen $g, h : C \to A$ gilt:

$$f \circ g = f \circ h \Rightarrow g = h.$$