Übungsblatt 1

Besprechung am **12.10.2015**

Aufgabe 1 Übersetzen Sie die folgenden Aussagen in die Sprache der Prädikatenlogik; definieren Sie hierzu, wo notwendig, geeignete Prädikate! Geben Sie zu jeder Formel auch deren Negation an (die Negation ist dabei bis in die innersten Komponenten der Formel hineinzuziehen).

a) Wenn x im Durchschnitt zweier Mengen A und B liegt, dann ist x in A oder in B enthalten.

b) Wenn alle Katzen gelbe Augen haben, dann hat auch meine Katze gelbe Augen.

c) Drei ist die kleinste ungerade Primzahl.

Aufgabe 2 Elementare Mengenoperationen:

a) Gegeben seien die Mengen $A = \big\{3, \{5\}, 7\big\}$ und $B = \big\{\{3,5\}, 7\big\}$. Man gebe folgende Mengen explizit an:

$$A \cup B, \quad A \setminus B, \quad A \times B, \quad \bigcap_{a \in \mathcal{P}(A)} a.$$

b) Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

$$\big\{\{3\}, \emptyset\big\} \subseteq \big\{3, \{3\} \cup \{4\}, \{3\} \cap \{4\}, \{3\} \setminus \{4\}\big\}$$
$$\big\{3, \{4\}\big\} \in \big\{\{3\}, \{\{4\}\}, 3, 2, \{1\}\big\}$$
$$\big\{3, \{4\}\big\} \subseteq \big\{\{3\}, \{\{4\}\}, 3, 2, \{1\}\big\}$$

Aufgabe 3 Potenzmenge:

a) Geben Sie für die drei Mengen $\{0,1\}$, $\{\{0,1\}\}$ und $\emptyset$ jeweils die Potenzmenge an.

b) Allgemeiner: wieviele Elemente hat die Potenzmenge einer Menge mit n Elementen? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 4 Beweisen Sie Punkt 5 von Satz 1: Wenn A eine Menge und $B \neq \emptyset$ eine Menge von Mengen ist, dann gilt

$$A \setminus \bigcap_{b \in B} b = \bigcup_{b \in B} (A \setminus b) \quad \text{und} \quad A \setminus \bigcup_{b \in B} b = \bigcap_{b \in B} (A \setminus b).$$

Hinweis: Verwenden Sie die Axiome der Mengenlehre (siehe Skriptum S. 6–7).

Aufgabe 5 Relationen:

a) Sei $R = \big\{(x,y) \in (\mathbb{N} \setminus \{0\})^2 : \mathrm{ggT}(x,y) = 1\big\}$ eine Relation, d.h. xRy genau dann, wenn x und y teilerfremd sind. Welche der in der Vorlesung eingeführten Eigenschaften (reflexiv, irreflexiv, symmetrisch, antisymmetrisch, transitiv, total) besitzt die Relation R?

b) Weisen Sie nach, dass die Relationen $\mid$ und $\subseteq$ Halbordnungen sind.