Lineare Algebra und Analytische Geometrie I · Winter 2015/16 · **Mini-Test 3** 9.11.2015

Name (deutlich lesbar!): ....

Matrikelnummer (deutlich lesbar!):

Aufgabe 1 Berechnen Sie das folgende Matrix-Produkt:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 4 & -1 & 1 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2 Für zwei Vektoren $u, v \in \mathbb{K}^n$ sei definiert $u \parallel v \iff \exists\, \alpha \in \mathbb{K} \setminus \{0\} : u = \alpha v$. Zeigen Sie: $\parallel$ ist eine Äquivalenzrelation.

Lösung

Reflexivität: Mit der Wahl von $\alpha = 1$ folgt $u \parallel u$ für jedes $u \in \mathbb{K}^n$.

Symmetrie: Sind $u, v \in \mathbb{K}^n$ mit $u \parallel v$, so existiert $\alpha \in \mathbb{K} \setminus \{0\}$ mit $u = \alpha v$. Da $\alpha \neq 0$ ist, gilt dann auch $v = \alpha^{-1} u$, und damit $v \parallel u$.

Transitivität: Sind $u, v, w \in \mathbb{K}^n$ mit $u \parallel v$ und $v \parallel w$, so existieren $\alpha, \beta \in \mathbb{K} \setminus \{0\}$ mit $u = \alpha v$ und $v = \beta w$. Dann gilt auch $u = \alpha(\beta w) = (\alpha\beta) w$, und da $\mathbb{K}$ ein Körper ist, folgt aus $\alpha \neq 0$ und $\beta \neq 0$, dass auch $\alpha\beta \neq 0$ ist. Daraus folgt $u \parallel v$.