Lineare Algebra und Analytische Geometrie 2 · Sommer 2017 · **Mini-Test 1** 13.03.2017

Name (deutlich lesbar!): ....

Matrikelnummer (deutlich lesbar!):

Aufgabe 1. Zeigen Sie: Für alle $p \in \mathbb{K}[X]$ gilt $\gcd(p, p+1) = 1$.

Lösung. Für $p = 0$ ist die Aussage offensichtlich. Für $p \neq 0$ folgt sie durch Anwendung des euklidischen Algorithmus: $\operatorname{rem}(p+1, p) = 1$, $\operatorname{rem}(p, 1) = 0$.

Oder: Es gilt $1 = (-1)p + 1(p+1)$. Der größte gemeinsame Teiler von p und $p+1$ teilt p und $p+1$ und damit auch jede Linearekombination von p und $p+1$, insbesondere die Linearekombination $(-1)p + 1(p+1) = 1$. Daraus folgt, dass der größte gemeinsame Teiler von p und $p+1$ nur 1 sein kann.

Aufgabe 2. Zeigen oder widerlegen Sie: Das Polynom $X^3 + 2 \in \mathbb{Z}_5[X]$ ist irreduzibel.

Lösung. Durch Probieren findet man $X + 3 \mid X^3 + 2$. Das Polynom ist also nicht irreduzibel.