

Name (deutlich lesbar!): .....

Matrikelnummer (deutlich lesbar!): 

--	--	--	--	--	--	--

**Aufgabe 1** Seien  $p, q \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ . Zeigen Sie:  $p \mid q \iff \langle q \rangle \subseteq \langle p \rangle$ .*Lösung.* „ $\Rightarrow$ “ Wenn  $p \mid q$ , dann existiert  $u \in \mathbb{Z}$  mit  $q = up$ . Dann gilt  $q \in \langle p \rangle$ , und dann auch  $\langle q \rangle \subseteq \langle p \rangle$ .„ $\Leftarrow$ “ Wenn  $\langle q \rangle \subseteq \langle p \rangle$ , dann insbesondere  $q \in \langle p \rangle$ , dann  $q = up$  für ein  $u \in \mathbb{Z}$ . Dann  $p \mid q$ .**Aufgabe 2** Geben Sie ein Beispiel für einen freien  $\mathbb{K}[X]$ -Modul sowie ein Beispiel für einen nicht freien  $\mathbb{K}[X]$ -Modul an. (Begründungen werden bei dieser Aufgabe ausnahmsweise nicht verlangt.)*Lösung.* frei z.B.  $\mathbb{K}[X]^5$  oder auch  $\mathbb{K}[X][Y]$ , nicht frei z.B.  $\mathbb{K}^{n \times n}$  oder auch  $\mathbb{K}[X]/\langle p \rangle$  für ein fest gewähltes  $p$ .