

Name (deutlich lesbar!):

Matrikelnummer (deutlich lesbar!):

--	--	--	--	--	--	--

Aufgabe 1 Seien $p, q \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$. Zeigen Sie: $p \mid q \iff \langle q \rangle \subseteq \langle p \rangle$.*Lösung.* „ \Rightarrow “ Wenn $p \mid q$, dann existiert $u \in \mathbb{Z}$ mit $q = up$. Dann gilt $q \in \langle p \rangle$, und dann auch $\langle q \rangle \subseteq \langle p \rangle$.„ \Leftarrow “ Wenn $\langle q \rangle \subseteq \langle p \rangle$, dann insbesondere $q \in \langle p \rangle$, dann $q = up$ für ein $u \in \mathbb{Z}$. Dann $p \mid q$.**Aufgabe 2** Geben Sie ein Beispiel für einen freien $\mathbb{K}[X]$ -Modul sowie ein Beispiel für einen nicht freien $\mathbb{K}[X]$ -Modul an. (Begründungen werden bei dieser Aufgabe ausnahmsweise nicht verlangt.)*Lösung.* frei z.B. $\mathbb{K}[X]^5$ oder auch $\mathbb{K}[X][Y]$, nicht frei z.B. $\mathbb{K}^{n \times n}$ oder auch $\mathbb{K}[X]/\langle p \rangle$ für ein fest gewähltes p .