Lineare Algebra und Analytische Geometrie II · Sommer 2016 · **Mini-Test 4** 11.04.2016

Name (deutlich lesbar!): ....

Matrikelnummer (deutlich lesbar!):

Aufgabe 1 Bestimmen Sie ein annihilierendes Polynom für die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

Lösung. Wegen des Satzes von Cayley-Hamilton ist das charakteristische Polynom

$$\chi(A) = \det(A - X\, I_2) = \begin{vmatrix} 1-X & 2 \\ 1 & -1-X \end{vmatrix} = (1-X)(-1-X) - 2 = X^2 - 3$$

ein annihilierendes Polynom.

Aufgabe 2 Sei V ein $\mathbb{K}$-Vektorraum, $h\colon V \to V$ ein Endomorphismus, Seien U_1, U_2 zwei h-invariante Unterräume von V. Zeigen Sie: $U_1 \cap U_2$ ist h-invariant.

Lösung. zu zeigen: $h(U_1 \cap U_2) \subseteq U_1 \cap U_2$.

Sei $y \in h(U_1 \cap U_2)$. Dann gibt es ein $x \in U_1 \cap U_2$ mit $y = h(x)$. Aus $x \in U_1$ und der h-Invarianz von U_1 folgt $h(x) \in U_1$. Aus $x \in U_2$ und der h-Invarianz von U_2 folgt $h(x) \in U_2$. Aus beidem zusammen folgt $y = h(x) \in U_1 \cap U_2$.