

Name (deutlich lesbar!): .....

Matrikelnummer (deutlich lesbar!): 

--	--	--	--	--	--	--

**Aufgabe 1** Zeigen Sie: Wenn ein Polynom  $p \in \mathbb{K}[X]$  mit  $\deg(p) = 3$  nicht irreduzibel ist, dann hat es eine Nullstelle.

*Lösung.* Ist  $p$  nicht irreduzibel, so muss es  $u, v \in \mathbb{K}[X]$  geben mit  $p = uv$  und  $\deg(u) > 0$  und  $\deg(v) > 0$ . Wegen  $\deg(p) = 3 = \deg(u) + \deg(v)$  kommt für die Grade von  $u$  und  $v$  nur  $\deg(u) = 1$  und  $\deg(v) = 2$  oder  $\deg(u) = 2$  und  $\deg(v) = 1$  infrage. In beiden Fällen gibt es einen Teiler vom Grad eins, und damit eine Nullstelle.

**Aufgabe 2** Geben Sie ein Beispiel für ein Polynom  $p \in \mathbb{R}[X]$  mit  $\deg(p) = 4$  an, das keine Nullstelle hat und nicht irreduzibel ist.

*Lösung.* Zum Beispiel  $(X^2 + 1)(X^2 + 2)$ .