

Name (deutlich lesbar!): .....

Matrikelnummer (deutlich lesbar!):

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|

---

**Aufgabe 1** Geben Sie einen Untermodul  $M$  von  $\mathbb{Z}^3$  an, so dass  $\mathbb{Z}^3/M \cong \mathbb{Z}_5 \times \mathbb{Z}$  gilt. Geben Sie dabei auch einen Isomorphismus  $\phi: \mathbb{Z}^3/M \rightarrow \mathbb{Z}_5 \times \mathbb{Z}$  an.

*Lösung.* Für  $M = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle$  gilt  $\mathbb{Z}^3/M \cong \mathbb{Z}_5 \times \mathbb{Z}$ . Ein Isomorphismus ist gegeben durch  $\phi(x_1, x_2, x_3) = (x_2, x_3)$ .

**Aufgabe 2** Welchen Flächeninhalt hat das Parallelogramm mit den Eckpunkten  $(0, 0)$ ,  $(2, 7)$ ,  $(5, 3)$ ,  $(7, 10)$ ?

*Lösung.*

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 3 \end{vmatrix} = 6 - 35 = -29$$

Der Flächeninhalt beträgt also 29 Einheiten.