

Name (deutlich lesbar!): .....

Matrikelnummer (deutlich lesbar!): 

--	--	--	--	--	--	--

---

**Aufgabe 1** Berechnen Sie die Hermite-Normalform von  $\begin{pmatrix} 8 & 6 & 1 \\ 4 & 2 & -1 \\ 6 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ .

*Lösung.*

$$\begin{aligned}
 & \begin{pmatrix} 8 & 6 & 1 \\ 4 & 2 & -1 \\ 6 & 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{array} & \Leftrightarrow & \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 8 & 6 & 1 \\ 6 & 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow^{-2} \\ \leftarrow^+ \\ \leftarrow^+ \end{array} \begin{array}{l} \left. \right]^{-1} \\ \left. \right] \\ \left. \right] \end{array} \\
 & \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{array} & \Leftrightarrow & \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow^{-2} \\ \leftarrow^+ \\ \leftarrow^+ \end{array} \\
 & \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow^+ \\ \leftarrow^+ \\ \leftarrow^+ \end{array} & \Leftrightarrow & \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow^+ \\ \leftarrow^+ \\ \leftarrow^+ \end{array} \begin{array}{l} \\ | \cdot (-1) \\ \end{array} & \Leftrightarrow & \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$