THE FBHHRBNRSSSHK-ALGORITHM FOR MULTIPLICATION IN $\mathbb{Z}_2^{5\times 5}$ IS STILL NOT THE END OF THE STORY

MANUEL KAUERS * AND JAKOB MOOSBAUER †

Abstract. In response to a recent *Nature* article which announced an algorithm for multiplying 5×5-matrices over $\mathbb{Z}_2$ with only 96 multiplications, two fewer than the previous record, we present an algorithm that does the job with only 95 multiplications.

1. Introduction

Ever since Strassen [8] discovered that 2×2-matrices can be multiplied with only 7 multiplications in the coefficient domain, there is a mystery around the complexity of matrix multiplication. For asymptotically large n, the best we know at the moment is a multiplication algorithm that requires $\mathrm{O}(n^{2.3728596})$ operations [1], slightly improving upon the previous record $\mathrm{O}(n^{2.3728639})$ [5]. For $n = 3$, it is known that 23 multiplications suffice in a non-commutative setting [4]. For $n = 4$, we can solve the problem with 49 multiplications by applying Strassen's algorithm recursively. In a recent article that received considerable media attention, Fawzi et al. [2] used a machine learning approach to find a multiplication scheme with 47 multiplications, applicable to coefficient domains of characteristic 2. Under the same restriction on the coefficient domain, they also improved the best known bound for $n = 5$ from 98 [7] to 96. See [2, 6] for current records for other formats and further references on the matter.

In this short note, we present another non-equivalent solution for 4×4-matrices requiring 47 multiplications, as well as a first solution for 5×5-matrices requiring 95 multiplications. This solution was obtained from the scheme of Fawzi et al. by applying a sequence of transformations leading to a scheme from which one multiplication could be eliminated. Our new scheme for 4×4-matrices was obtained by the same technique, taking the standard multiplication algorithm (with 64 multiplications) as starting point. We will explain our search technique in further detail in a forthcoming paper [3].

2. Multiplication of 4×4 Matrices

Let

$$A = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & a_{1,4} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & a_{2,4} \\ a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} & a_{3,4} \\ a_{4,1} & a_{4,2} & a_{4,3} & a_{4,4} \end{pmatrix} \text{ and } B = \begin{pmatrix} b_{1,1} & b_{1,2} & b_{1,3} & b_{1,4} \\ b_{2,1} & b_{2,2} & b_{2,3} & b_{2,4} \\ b_{3,1} & b_{3,2} & b_{3,3} & b_{3,4} \\ b_{4,1} & b_{4,2} & b_{4,3} & b_{4,4} \end{pmatrix},$$

and

$$C = \begin{pmatrix} c_{1,1} & c_{1,2} & c_{1,3} & c_{1,4} \\ c_{2,1} & c_{2,2} & c_{2,3} & c_{2,4} \\ c_{3,1} & c_{3,2} & c_{3,3} & c_{3,4} \\ c_{4,1} & c_{4,2} & c_{4,3} & c_{4,4} \end{pmatrix} := AB$$

be matrices with coefficients in a ring R of characteristic 2.

We can then compute the entries of C from the entries of A and B by first setting

$$m_k = \Big(\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4} \alpha_{i,j}^{(k)} a_{i,j}\Big)\Big(\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4} \beta_{i,j}^{(k)} b_{i,j}\Big)$$

for $k = 1, \ldots, 47$ and then

$$c_{i,j} = \sum_{k=1}^{47} \gamma_{i,j}^{(k)} m_k$$

for $i, j = 1, \ldots, 4$, where the $\alpha_{i,j}^{(k)}, \beta_{i,j}^{(k)}, \gamma_{i,j}^{(k)}$ are as follows:

* Supported by the Austrian FWF grant P31571-N32.
† Supported by the Land Oberösterreich through the Lit-AI Lab.

k	$((\alpha_{i,j}^{(k)}))_{i,j=1}^4$	$((\beta_{i,j}^{(k)}))_{i,j=1}^4$	$((\gamma_{i,j}^{(k)}))_{i,j=1}^4$
1	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$
2	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\1&0&1&0\\1&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\1&0&1&0\\1&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&1&0&0\\1&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$
3	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix}$
4	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$
5	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&1\\1&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&1\\1&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&1&0&0\\1&1&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$
6	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$
7	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&1&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&1&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&1\\1&1&0&1\\0&1&0&1\\1&1&0&1\end{pmatrix}$
8	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&1&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&1&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&1&0&0\\0&1&0&0\\1&1&0&1\end{pmatrix}$
9	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&1&0&1\\1&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&1&0&1\\1&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&1&0&0\\1&1&0&0\\1&1&0&1\end{pmatrix}$
10	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&1&0&1\\0&1&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&1&0&1\\0&1&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\\1&1&0&1\end{pmatrix}$
11	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&1&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$
12	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$
13	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$
14	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$

15	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&1\\1&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&1\\1&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$
16	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&1\\1&1&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&1\\1&1&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$
17	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$
18	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&1&0\\1&0&1&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&1&0\\1&0&1&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$
19	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&1&0\\0&1&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&1&0\\0&1&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&1&1\\0&0&1&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$
20	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&1&0\\1&0&1&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&1&0\\1&0&1&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&1&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$
21	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$
22	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&1&0&1\\0&1&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&1&0&1\\0&1&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&1\\0&1&1&1\\0&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$
23	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&1&1\\1&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&1&1\\1&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$
24	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&1&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&1&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$
25	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&1&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&1&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$
26	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&1&0&1\\1&1&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&1&0&1\\1&1&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$
27	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&1&0&1\\0&1&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&1&0&1\\0&1&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$
28	$\begin{pmatrix}1&1&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1&0&0\\1&0&0&0\\0&1&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$

29	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$
30	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&0\\0&1&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&0\\0&1&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$
31	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&0\\0&0&1&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&0\\0&0&1&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$
32	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$
33	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$
34	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\1&0&1&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\1&0&1&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$
35	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&1&0\\0&1&0&1\\1&1&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&1&0\\0&1&0&1\\1&1&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$
36	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&1&1\\1&0&0&0\\0&0&1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&1&1\\1&0&0&0\\0&0&1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$
37	$\begin{pmatrix}1&0&1&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&1&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&1&0\\0&0&1&0\\1&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$
38	$\begin{pmatrix}1&0&1&0\\0&0&0&0\\0&1&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&1&0\\0&0&0&0\\0&1&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$
39	$\begin{pmatrix}1&0&1&0\\0&0&0&0\\1&0&1&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&1&0\\0&0&0&0\\1&0&1&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&1&0\\1&0&1&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$
40	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&1&0\\0&0&1&0\\0&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$
41	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&1&0\\0&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$
42	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&1\\0&1&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&1\\0&1&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&1\\0&0&1&0\\0&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$

43	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&1&1\\1&0&1&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&1&1\\1&0&1&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$
44	$\begin{pmatrix}1&0&0&1\\0&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&1\\0&0&0&0\\1&0&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$
45	$\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&0&0&0\\0&1&0&1\\0&1&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&0&0&0\\0&1&0&1\\0&1&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$
46	$\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&1&0&1\\0&1&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&1&0&1\\0&1&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&1\\1&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$
47	$\begin{pmatrix}1&1&1&1\\1&0&1&1\\0&1&0&1\\1&1&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1&1&1\\1&0&1&1\\0&1&0&1\\1&1&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$

An electronic version of this multiplication scheme is available at `http://www.algebra.uni-linz.ac.at/people/mkauers/matrix-mult/s47.exp`

3. Multiplication of 5×5 Matrices

Let

$$A=\begin{pmatrix}a_{1,1}&a_{1,2}&a_{1,3}&a_{1,4}&a_{1,5}\\a_{2,1}&a_{2,2}&a_{2,3}&a_{2,4}&a_{2,5}\\a_{3,1}&a_{3,2}&a_{3,3}&a_{3,4}&a_{3,5}\\a_{4,1}&a_{4,2}&a_{4,3}&a_{4,4}&a_{4,5}\\a_{5,1}&a_{5,2}&a_{5,3}&a_{5,4}&a_{5,5}\end{pmatrix}\text{ and }B=\begin{pmatrix}b_{1,1}&b_{1,2}&b_{1,3}&b_{1,4}&b_{1,5}\\b_{2,1}&b_{2,2}&b_{2,3}&b_{2,4}&b_{2,5}\\b_{3,1}&b_{3,2}&b_{3,3}&b_{3,4}&b_{3,5}\\b_{4,1}&b_{4,2}&b_{4,3}&b_{4,4}&b_{4,5}\\b_{5,1}&b_{5,2}&b_{5,3}&b_{5,4}&b_{5,5}\end{pmatrix},$$

and

$$C=\begin{pmatrix}c_{1,1}&c_{1,2}&c_{1,3}&c_{1,4}&c_{1,5}\\c_{2,1}&c_{2,2}&c_{2,3}&c_{2,4}&c_{2,5}\\c_{3,1}&c_{3,2}&c_{3,3}&c_{3,4}&c_{3,5}\\c_{4,1}&c_{4,2}&c_{4,3}&c_{4,4}&c_{4,5}\\c_{5,1}&c_{5,2}&c_{5,3}&c_{5,4}&c_{5,5}\end{pmatrix}:=AB$$

be matrices with coefficients in a ring R of characteristic 2.

We can then compute the entries of C from the entries of A and B by first setting

$$m_k=\Bigl(\sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{5}\alpha_{i,j}^{(k)}a_{i,j}\Bigr)\Bigl(\sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{5}\beta_{i,j}^{(k)}b_{i,j}\Bigr)$$

for $k=1,\dots,95$ and then

$$c_{i,j}=\sum_{k=1}^{95}\gamma_{i,j}^{(k)}m_k$$

for $i,j=1,\dots,5$, where the $\alpha_{i,j}^{(k)},\beta_{i,j}^{(k)},\gamma_{i,j}^{(k)}$ are as follows:

k	$((\alpha_{i,j}^{(k)}))_{i,j=1}^5$	$((\beta_{i,j}^{(k)}))_{i,j=1}^5$	$((\gamma_{i,j}^{(k)}))_{i,j=1}^5$
1	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\1&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$

2	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&1&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&1&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
3	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&1\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&1\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
4	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
5	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix}$
6	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix}$
7	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
8	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1&0\\0&0&1&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
9	$\begin{pmatrix}1&0&1&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&1&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
10	$\begin{pmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
11	$\begin{pmatrix}0&0&1&0&1\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0&1\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
12	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix}$

13	$\begin{pmatrix}0&1&1&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&1&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
14	$\begin{pmatrix}0&0&1&0&1\\1&1&1&0&1\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&1\\1&0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0&1\\1&1&1&0&1\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&1\\1&0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
15	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix}$
16	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix}$
17	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&1&0&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
18	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
19	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
20	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&1&0&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&1&0&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
21	$\begin{pmatrix}1&0&1&0&0\\1&1&1&0&1\\1&0&0&0&1\\1&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&1&0&0\\1&1&1&0&1\\1&0&0&0&1\\1&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
22	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\1&1&1&0&1\\0&0&1&0&1\\0&1&1&0&0\\1&0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\1&1&1&0&1\\0&0&1&0&1\\0&1&1&0&0\\1&0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
23	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\1&0&0&0&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\1&0&0&0&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$

24	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&1&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
25	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&1&0&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&1&0&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&1&1&0&0\\0&1&1&1&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
26	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0\\0&0&1&0&1\end{pmatrix}$
27	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}$
28	$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}$
29	$\begin{pmatrix}1&0&1&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&1&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
30	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&1&0\\1&0&0&1&0\\0&0&0&1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&1&0\\1&0&0&1&0\\0&0&0&1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&1&1\\0&1&0&0&1\end{pmatrix}$
31	$\begin{pmatrix}0&0&1&0&1\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&1&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0&1\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&1&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&1&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
32	$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
33	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&1&1\\0&1&1&1&1\\0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0\\0&1&1&1&0\end{pmatrix}$
34	$\begin{pmatrix}1&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&1&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&1&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0\\0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$

35	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&1&0\\1&0&0&1&0\\1&0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&1&0\\1&0&0&1&0\\1&0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&1&1&1\\0&1&0&0&1\end{pmatrix}$
36	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&1&0\\1&0&0&0&0\\1&0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&1&0\\1&0&0&0&0\\1&0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&1&1&1\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}$
37	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&1&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&1&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&1&0&0\\1&0&1&1&0\end{pmatrix}$
38	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\end{pmatrix}$
39	$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&1&0\\1&0&0&1&0\\1&0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&1&0\\1&0&0&1&0\\1&0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&1&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}$
40	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&1&1&0\end{pmatrix}$
41	$\begin{pmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&1&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}$
42	$\begin{pmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
43	$\begin{pmatrix}0&1&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&1&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
44	$\begin{pmatrix}1&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&1&1\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&0&0&1\end{pmatrix}$
45	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$

46	$\begin{pmatrix}1&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\1&1&0&0&0\\1&1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\1&1&0&0&0\\1&1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&0&1&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}$
47	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&1&1\\0&0&0&0&1\\1&0&0&1&1\\1&0&0&0&1\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
48	$\begin{pmatrix}0&0&0&1&1\\0&0&0&1&0\\0&0&1&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1&1\\0&0&0&1&0\\0&0&1&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&1&1&1&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
49	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&1&0&0\\0&1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&1&0&0\\0&1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\1&0&1&1&0\end{pmatrix}$
50	$\begin{pmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&1\\0&1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&1\\0&1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
51	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\end{pmatrix}$
52	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\1&0&0&1&0\end{pmatrix}$
53	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&1&0&0\\0&1&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&1&0&0\\0&1&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&1&1&0\end{pmatrix}$
54	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&1&0\end{pmatrix}$
55	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&1&0&1&0\end{pmatrix}$
56	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$

57	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&1&1&1&1\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}$
58	$\begin{pmatrix}0&0&0&1&1\\0&0&0&1&0\\1&0&0&0&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1&1\\0&0&0&1&0\\1&0&0&0&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&1\\0&1&0&1&1\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
59	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&1&0&1&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
60	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&1&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&1&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&1&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&1&1&0\end{pmatrix}$
61	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&1\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&1\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1&0&1&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
62	$\begin{pmatrix}0&0&0&1&1\\0&0&0&1&0\\0&0&1&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1&1\\0&0&0&1&0\\0&0&1&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0&1\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&1\\0&1&1&1&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
63	$\begin{pmatrix}1&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\1&0&0&1&0\\1&0&0&1&0\\1&0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\1&0&0&1&0\\1&0&0&1&0\\1&0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&1&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
64	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
65	$\begin{pmatrix}0&0&0&1&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&1\\0&0&0&1&1\\0&0&0&1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&1\\0&0&0&1&1\\0&0&0&1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&1&0&1\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
66	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&1&1&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
67	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&1&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&1&1&0\end{pmatrix}$

68	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
69	$\begin{pmatrix}0&1&1&0&0\\1&1&1&0&1\\0&1&0&0&1\\0&0&0&0&0\\1&1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&1&0&0\\1&1&1&0&1\\0&1&0&0&1\\0&0&0&0&0\\1&1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
70	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\end{pmatrix}$
71	$\begin{pmatrix}0&0&0&1&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&1\\0&0&0&1&1\\0&0&0&1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&1\\0&0&0&1&1\\0&0&0&1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&1&0&1&1\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
72	$\begin{pmatrix}0&1&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&1&0&0\\1&0&0&0&0\\1&0&1&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
73	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&1&1&0\end{pmatrix}$
74	$\begin{pmatrix}1&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&1&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&1&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
75	$\begin{pmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
76	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&1&0\\1&0&0&1&0\\1&0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&1&0\\1&0&0&1&0\\1&0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&1&1\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&1\end{pmatrix}$
77	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&1\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&1\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&1&0&1&0\end{pmatrix}$
78	$\begin{pmatrix}1&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&0&1&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$

79	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&1&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&1&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&1&0&1\\0&0&0&0&1\\0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
80	$\begin{pmatrix}1&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&1&0&0&0\\1&1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&1&0&0&0\\1&1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\1&0&0&1&1\\0&0&0&0&0\\1&0&0&0&1\end{pmatrix}$
81	$\begin{pmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&1&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
82	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&1\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}$
83	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&1&0&1\\0&0&1&0&1\\0&0&0&1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&1&0&1\\0&0&1&0&1\\0&0&0&1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&1&1&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
84	$\begin{pmatrix}0&1&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&1&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
85	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&1&1&0&0\\0&1&0&1&1\\0&0&1&0&1\end{pmatrix}$
86	$\begin{pmatrix}0&0&0&1&1\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1&1\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&1&1\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
87	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&1&0&1&1\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}$
88	$\begin{pmatrix}0&1&0&0&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&1\\0&1&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1&0&0&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&1\\0&1&0&0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
89	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\1&0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\1&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\1&0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&1&1&1\\0&0&1&0&1\end{pmatrix}$

90	$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}$
91	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\end{pmatrix}$
92	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&1&0&0&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1&0&1&0\\1&0&0&0&0\\1&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&1&0&1&0\end{pmatrix}$
93	$\begin{pmatrix}0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$
94	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}$
95	$\begin{pmatrix}1&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&1&0&0\\1&0&1&0&0\\1&0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\1&0&1&0&0\\1&0&1&0&0\\1&0&1&0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$

An electronic version of this multiplication scheme is available at `http://www.algebra.uni-linz.ac.at/people/mkauers/matrix-mult/s95.exp`

References

[1] Josh Alman and Virginia Vassilevska Williams. A refined laser method and faster matrix multiplication. In *Proceedings of SODA'21*, page ArXiv 2010.05846, 2021.

[2] Alhussein Fawzi, Matej Balog, Aja Huang, Thomas Hubert, Bernardino Romera-Paredes, Mohammadamin Barekatain, Alexander Novikov, Francisco J. R. Ruiz, Julian Schrittwieser, Grzegorz Swirszcz, David Silver, Demis Hassabis, and Pushmeet Kohli. Discovering faster matrix multiplication algorithms with reinforcement learning. *Nature*, 610:47–53, 2022.

[3] Manuel Kauers and Jakob Moosbauer. Flip graphs for matrix multiplication. in preparation.

[4] Julian D. Laderman. A noncommutative algorithm for multiplying 3×3 matrices using 23 multiplications. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 82(1):126–128, 1976.

[5] François Le Gall. Powers of tensors and fast matrix multiplication. In *Proceedings of the 39th International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation*, ISSAC'14, pages 296–303. ACM, 2014.

[6] Alexandre Sedoglavic. Yet another catalogue of fast matrix multiplication algorithms. `https://fmm.univ-lille.fr/`, 2022. Accessed: 2022-10-08.

[7] Alexandre Sedoglavic and Alexey V. Smirnov. The tensor rank of 5×5 matrices multiplication is bounded by 98 and its border rank by 89. In *Proceedings of ISSAC'21*, pages 345–351, 2021.

[8] Volker Strassen. Gaussian elimination is not optimal. *Numerische Mathematik*, 13(4):354–356, 1969.

Manuel Kauers, Institute for Algebra, J. Kepler University Linz, Austria

Email address: `manuel.kauers@jku.at`

Jakob Moosbauer, Institute for Algebra, J. Kepler University Linz, Austria

Email address: `jakob.moosbauer@jku.at`