

Institut für Algebra

Präsentation

Günter F. Pilz

Johannes Kepler Universität Linz
Österreich

Wissenschaftliche Schwerpunkte

- Strukturtheorie von Fastringen
- Polynomfunktionen auf algebraischen Strukturen
- Algorithmen für das Rechnen mit Fastringen
- Verbreitung und Anwendung der Algebra

Strukturtheorie von Fastringen

Ziele:

- Anwendungen der “Artin-Wedderburn”-Theorie für Fastringe (H. Wielandt, G. Betsch) für Planare Fastringe und Funktionenfastringe.
- Zusammenhang zwischen planaren Fastringen und den von ihnen koordinatisierten BIB-Designs.
- Struktur von Polynomfastringen (maximale Ideale, Zerlegbarkeit)

Strukturtheorie von Fastringen

Ein typisches Resultat:

In der Arbeit

E. Aichinger, D. Mašulović, R. Pöschel, and J. S. Wilson.
Completeness for concrete near-rings. *J. Algebra*,
279(1):61–78, 2004.

wurden *alle maximalen Unterfastringe* vom Fastring
aller Funktionen auf einer endlichen Gruppe G bestimmt.
Als Folgerung erhalten wir:

Satz. Sei G eine endliche Gruppe mit n Elementen. Eine
zufällig ausgewählte Bijektion erzeugt den Fastring aller
Funktionen mit Wahrscheinlichkeit $p \geq 1 - \frac{6}{n}$.

Strukturtheorie von Fastringen

Ausgewählte Publikationen:

- E. Aichinger. On near-ring idempotents and polynomials on direct products of Ω -groups. *Proc. Edinburgh Math. Soc.* (2), 44:379–388, 2001.
- G. F. Pilz. Near-Rings and Near-Fields. In *The Concise Handbook of Algebra*, Kluwer Academic Publisher, Dordrecht-Boston-London, Seite(n) 322-326, 2002.
- P. Mayr and F. Morini. Nearrings whose set of N -subgroups is linearly ordered. *Results Math.*, 42(3-4):339–348, 2002.
- G. Wendt. On the multiplicative semi-group of near-rings. *Math. Pannon.*, 15(2):209–220, 2004.

Polynomfunktionen

Was sind Polynomfunktionen?

Die Polynomfunktionen auf einer algebraischen Struktur $\langle A, f_1, f_2, \dots \rangle$ sind die Funktionen, die aus den konstanten Funktionen und den Projektionen mithilfe der Operationen f_i zusammengebaut werden können.

Polynomfunktionen

Ziele:

- Beschreibung von Polynomfunktionen auf konkreten Algebren.
- Beschreibung von Polynomfunktionen durch charakteristische Eigenschaften.
- Typen von Polynomvollständigkeit.

Polynomfunktionen

Typische Resultate:

Satz (E. Aichinger, P.M.Idziak, *Journal of Algebra*, 2004)

Sei \mathbb{R} ein endlicher kommutativer Ring mit 1.

Äquivalent sind:

1. Jede auf einer Teilmenge T von R definierte kongruenzerhaltende Funktion lässt sich durch ein Polynom interpolieren.
2. Jedes subdirekt irreduzible homomorphe Bild von \mathbb{R} ist ein Körper, oder isomorph zu \mathbb{Z}_4 , oder isomorph zu $\mathbb{Z}_2[x]/(x^2)$.

Polynomfunktionen

Ausgewählte Publikationen:

- E. Aichinger. 2-affine complete algebras need not be affine complete. *Algebra Universalis*, 47(4):425–434, 2002.
- E. Aichinger. The polynomial functions on certain semidirect products of groups. *Acta Sci. Math. (Szeged)*, 68(1-2):63–81, 2002.
- J. Ecker. The finite 1-affine complete Frobenius groups. *Abh. Math. Sem. Univ. Hamburg*, 73:229–239, 2003.
- E. Aichinger and G. F. Pilz. A survey on polynomials and polynomial and compatible functions. In *Proceedings of the Third International Algebra Conference (Tainan, 2002)*, pages 1–16, Dordrecht, 2003. Kluwer Acad. Publ.
- E. Aichinger and P. Mayr, Polynomial functions and endomorphism near-rings on certain linear groups, *Communications in Algebra* 31(11):5627-5651, 2003
- E. Aichinger and P. M. Idziak, *Polynomial interpolation in expanded groups*, *J. Algebra* **271** (2004), no. 1, 65–107.

Algorithmen für Fastringe

Ziele:

- Analysieren von Funktionenfastringen (Berechnen der Ideale, des Radikals, ...)
- Generieren von Beispielen von Polynomfastringen.
- Erstellen von statistischen Versuchsplänen aus planaren Fastringen.

Algorithmen für Fastringe

Eine typische Fragestellung:

Wieviele Funktionen lassen sich auf der Gruppe S_4 aus der identischen Abbildung und den konstanten Abbildungen durch “punktweises Multiplizieren” und Hintereinanderausführen von Funktionen bilden?

Antwort (mithilfe des GAP-Pakets SONATA):

```
gap> RequirePackage (“sonata”);  
true  
gap> Size (PolynomialNearRing (SymmetricGroup ( 4 )));  
22265110462464
```

Algorithmen für Fastringe

Ausgewählte Publikationen:

- F. Binder, E. Aichinger, J. Ecker, C. Nöbauer, and P. Mayr. Algorithms for near-rings of non-linear transformations. In *Proceedings of the ISSAC 2000, pp. 23-29, St. Andrews, Scotland*, pages 23–29. ACM, 2000.
- F. Binder and P. Mayr. Algorithms for finite near-rings and their N -groups. *J. Symbolic Comput.*, 32(1-2):23–38, 2001.
- E. Aichinger, F. Binder, J. Ecker, P. Mayr, and C. Nöbauer. *SONATA - system of near-rings and their applications, GAP package, Version 2*, 2003.

Verbreitung der Algebra

- Bücher:

- R. Lidl, G. Pilz, *Applied Abstract Algebra*.

- A. V. Mikhalev, G. Pilz *The Concise Handbook of Algebra*.

- Hauptvorträge auf internationalen Konferenzen:

- E. Aichinger, Konferenz für Fastringe und Fastkörper, Harrisonburg, VA, 2001.

- E. Aichinger, 63. Arbeitstagung Allgemeine Algebra, Kaiserslautern, 2002.

- G. Pilz, International Algebra Conference, Shandong, 2003.

- Mitwirkung bei der Lehrerfortbildung und der Förderung begabter Schüler.

Internationale Kooperationen

In den letzten 6 Jahren gemeinsame Veröffentlichungen mit Forschern an folgenden Institutionen (Auswahl):

- Texas A & M University, TX, USA.
- Università Degli Studi, Brescia, Italien.
- Jagiellonian University, Krakau, Polen.
- University of Novi Sad, Serbien und Montenegro.
- TU Dresden, Deutschland.
- University of Oxford, England.
- Moskow State University, Russland.
- Wagner College, New York, NY, USA.

Internationale Kooperationen

In den letzten 3 Jahren Gastprofessoren aus folgenden Universitäten:

- Texas A & M University, TX, USA.
- Universität Tübingen, Deutschland.
- James Madison University, Harrisonburg, VA, USA.

Lehre

- Grundausbildung in Algebra für Mathematiker (in Kooperation mit RISC).
- Servicelehre für Wirtschaftsinformatiker, Wirtschaftswissenschaftler, Informatiker.
- Regelmäßiges Anbieten von:
 - Algebra (Ringe, Galoistheorie, Gruppentheorie)
 - Darstellungstheorie endlicher Gruppen
 - Informations- und Codierungstheorie
 - Kryptologie

Diplomarbeiten und Dissertationen

1. Diplomarbeiten für Lehramt: Aufbereitung von Themen wie *Kryptologie*, *Quellencodierung*, *Formale Begriffsanalyse* für einen eventuellen Einsatz im Schulunterricht.
2. Diplomarbeiten Technische Mathematik und Dissertationen: Mitarbeit an Forschungsarbeiten der Institutsmitglieder.

Mitarbeiter

Derzeitiges Personal:

- 1 Professor.
- 2 habilitierte Assistenten.
- 1 Assistent mit Doktorat (halb Uni, halb FWF).
- 4 Mitarbeiter am FWF-Projekt (1 Post-Doc, 1 Dissertant, 2 Diplomanden).
- Externe Lehrbeauftragte und Gastprofessoren.