Mathematik und Logik (2011W)

4. Übungsaufgaben

bis 2011-11-24

1. Was halten Sie von der Äquivalenz

$$(A \vee B \implies C) \iff (A \implies C) \wedge (B \implies C)$$

2. In der Vorlesung wurden die Sätze über Zahlentheorie zu großen Teilen umgangsprachlich formuliert (Z.B. "Seien a, b ganze Zahlen, sodaß .... Dann ..."). Formulieren Sie diese deutlich formaler durch Verwendung der logischen Junktoren und Quantoren.

3. Gehen Sie alle Beweise aus der Vorlesung nochmals durch und analysieren Sie dabei genau, welche Introduktions- und Eliminationsregeln dabei wie verwendet wurden.

   Für die Teilbarkeit verwenden Sie dabei am besten die Gültigkeit der Aussage

$$\underset{a,d \epsilon \mathbb{Z}}{\forall} d \mid a \iff \underset{q \epsilon \mathbb{Z}}{\exists} q \cdot d = a.$$

4. Formulieren Sie zu jedem Problem im Zusammenhang mit dem Stoff der Vorlesung, Übung oder Probetests, das Sie nicht selbst lösen können, eine Frage in geeigneter Form: im Bekanntenkreis, in der Vorlesung oder Übung, oder im Diskussionsform. (In letzterem sollten Sie jede Woche mindestens eine Frage stellen und auf mindestens vier antworten.) Stellen Sie sicher, daß alle ihre Fragen ausreichend beantwortet werden.

5. Sei A irgendeine Aussage, und sei für jedes $x \epsilon X$ auch $P[x]$ eine Aussage. Beweisen Sie

$$\Big(\underset{x \epsilon X}{\forall} (P[x] \implies A)\Big) \iff \Big((\underset{x \epsilon X}{\exists} P[x]) \implies A\Big).$$

   Um diesen Sachverhalt besser zu verstehen, ist es empfehlenswert, konkrete Aussagen einzusetzen, z.B.: $x \cdot d = a$ für $P[x]$ und $d \mid a$ für A, oder ganz konkret: $x \cdot 12 = 60$ für $P[x]$ und $12 \mid 60$ für A.