

Mathematik und Logik (2011W)

1. Übungsaufgaben

bis 2010-10-27

1. Arbeiten Sie alle Beweise der Folien sorgfältig durch, und arbeiten Sie jeweils so genau wie möglich heraus, welche bekannten (oder unbekannt)en) Fakten und logischen Regeln jeweils verwendet werden.
2. Versuchen Sie einen Bezug herzustellen zwischen den zu beweisenden Sätzen und der äußeren Form ihrer Beweise.
3. Rechnen Sie die Zahlen 16, 21, 30, 300, 1.5, 1.25, 1.16 vom Dezimalsystem ins Hexadezimalsystem um, und die Ergebnisse ins Binärsystem, und diese wiederum ins Oktalsystem. Und diese schließlich wieder ins Dezimalsystem.
4. Wenn sich außer Ihnen exakt **fade** Leute mit Hexadezimalzahlen gut auskennen, wieviel kennen sich dann insgesamt damit aus?
5. Bekanntlich hat jede ganze Zahl eine eindeutige Zerlegung in Primfaktoren. Versuchen Sie, diesen Sachverhalt möglichst formal zu beschreiben.
6. Finden Sie durch Probieren mehrere ganzzahligen Lösungen von $5x+7y=0$. Versuchen Sie dann eine Regelmäßigkeit zu finden und die Lösungsmenge allgemein zu beschreiben. Formulieren Sie dies dann möglichst formal als mathematischen Satz und versuchen Sie diesen zu beweisen.
7. Bekanntlich ist $(-1) \cdot 24 + 5 \cdot 5 = 1$. (Warum folgt daraus, daß $\text{ggT}(24, 5) = 1$ ist?) Wir haben somit eine Lösung der Gleichung $x \cdot 24 + y \cdot 5 = 1$.

Betrachten Sie nun den Beweis zum Erweiterten Euklidischen Algorithmus (auf des ersten in der Vorlesung noch nicht betrachteten Folie). Setzen Sie aber statt der Gleichung mit allgemeinen Parametern konkret die Gleichung $x \cdot 29 + y \cdot 24 = 1$ ein, und beachten Sie, wie das Problem auf die obige Lösung zurückgeführt wird.

Versuchen Sie nun in derselben Weise, die Gleichung $x \cdot 53 + y \cdot 29 = 1$ zu lösen.

Wenn Sie dies gut verstanden haben, können Sie auch die Gleichung $x \cdot 53 + y \cdot 23 = 1$ so lange auf ein einfacheres Problem reduzieren, bis die Lösung offensichtlich ist.

8. Suchen Sie mehrere Beispiele von Zahlen d, m, n , sodaß d zwar das Produkt $m \cdot n$ teilt, aber keinen der Faktoren. Überlegen Sie sich eine möglichst schwache Bedingung, sodaß dies nicht passieren kann.