

# Mathematik und Logik

## 3. Übungsaufgaben

2009-11-03

Für eine kurze Präsentation in der nächsten (oder auch übernächsten Übungsstunde sind die folgenden Beispiele geeignet: 2 (einen Satz auswählen, dafür in beiden Varianten, keiner der ganz trivialen Sätze), 3b bis 3f, 4 (so wie bei Bsp 2), 5b bis 5e. Bei Interesse melden Sie dies bitte im Kuss-Forum zu dieser Vorlesung (mit Betreffzeile beginnend z.B. mit V3-5e, wenn Sie das Beispiel 5e des 3. Übungsblattes präsentieren möchten), und sprechen Sie sich mit Ihren Kollegen passend ab.

1. Suchen Sie in Beweisen, die wir bisher geführt haben, nach Anwendungen der Introduktions- und Eliminationsregeln.
2. Versuchen Sie die in der Vorlesung gezeigten Beweise aus der Minimallogik nachzuvollziehen und graphisch oder (besser: und) textuell zu formulieren.
3. Beweisen Sie die Allgemeingültigkeit der folgenden Sätze der Minimallogik (mit Coq (<http://coq.inria.fr>), graphisch, oder textuell, aber in jedem Fall durch genaue Anwendung der passenden logischen Schlußregeln):
  - (a)  $(P \Rightarrow P) \Rightarrow (P \Rightarrow P)$ ;
  - (b)  $(P \Rightarrow R) \Rightarrow ((P \Rightarrow Q) \Rightarrow (P \Rightarrow R))$ ;
  - (c)  $(P \Rightarrow P \Rightarrow Q) \Rightarrow (P \Rightarrow Q)$ .
  - (d)  $(P \Rightarrow Q) \Rightarrow (P \Rightarrow P \Rightarrow Q)$ .
  - (e)  $\left( \left( \left( (P \Rightarrow Q) \Rightarrow P \right) \Rightarrow P \right) \Rightarrow Q \right) \Rightarrow Q$ .
  - (f)  $((P \Rightarrow Q) \Rightarrow R) \Rightarrow (P \Rightarrow R)$ ;
4. Versuchen Sie die in der Vorlesung gezeigten Beweise zur Konjunktion nachzuvollziehen und graphisch oder/und textuell zu formulieren.
5. Beweisen Sie (so wie zuvor) die Allgemeingültigkeit der folgenden aussagenlogischen Sätze:
  - (a)  $A \iff A \wedge A$ ;
  - (b)  $(A \wedge B) \wedge C \iff A \wedge (B \wedge C)$ ;
  - (c)  $(A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \iff (A \wedge B \Rightarrow C)$ ;
  - (d)  $(A \Rightarrow (B \wedge C)) \iff (A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow C)$ ;
  - (e)  $(A \iff B) \wedge (B \iff C) \Rightarrow (A \iff C)$ .  
( $(P \iff Q)$  ist als Abkürzung für  $(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P)$  zu verstehen.)
6. Arbeiten Sie die Abschnitte 2.1, 2.2, 2.3 und 2.4.2 im Sage-Tutorial <http://www.sagemath.org> durch.