

# Mathematik und Logik

## 2. Übungsaufgaben

2009-10-27

Für eine kurze Präsentation in einer der nächsten Übungsstunden eignen sich besonders die Beispiele: 3, 4, 5, 6.

1. Finden Sie zu allen Fällen im Beispiel 5 von letzter Woche (ganzzahlige!) Lösungen der Gleichung

$$x \cdot m + y \cdot n = d,$$

wobei  $d$  der größte gemeinsame Teiler von  $m$  und  $n$  ist. Zu diesem Zweck gehen Sie am besten den Beweis aus der Vorlesung (daß diese Gleichung eine Lösung hat) mit den konkreten Zahlen durch. (Keinesfalls sollten Sie hier irgendein schematisches Rechenverfahren verwenden, welches Sie nicht verstanden haben.)

Die Korrektheit der Lösung können Sie leicht durch Einsetzen selbst überprüfen.

2. Finden Sie eine ganzzahlige Lösung der Gleichung

$$x \cdot m + y \cdot n = 3 \cdot d.$$

für jeden Fall im vorigen Beispiel.

(Anmerkung: Wenn Sie das erste Beispiel gelöst haben, ist hier gar nicht mehr so viel zu tun.)

3. Programmieren Sie den Euklidischen Algorithmus zum Auffinden des ggT in einer Programmiersprache Ihrer Wahl. Testen Sie mindestens mit den Beispielen der Übungsbeispiele.
4. Der Boden eines 935cm langen und 357cm breiten Raumes sollte mit quadratischen Fliesen vollständig verfliest werden. Die Verfliesung sollte fugenfrei sein, und es dürfen nur ganze Fliesen verwendet werden. Wie groß müssen die Fliesen sein?
5. Sie kaufen ein gutes Mathematik-Buch zum Preis 74 Euro, haben aber nur 38-Euro-Scheine eingesteckt (vermutlich aus einer fehlerhaften Falschgeltproduktion), während der Buchhändler nur mit 50-Euro-Scheinen herausgeben kann. Wie ist die Zahlung möglich? Was würde sich ändern, wenn das Buch um einen Euro billiger wäre?
6. Beweise Sie, daß Differenz zweier Lösungen einer Gleichung der Form  $x \cdot m + y \cdot n = c$  stets eine Lösung von  $x \cdot m + y \cdot n = 0$  ist.

7. Besorgen Sie sich Zugang zur Mathematik-Software „sage“. Diese ist auf <http://www.sagemath.org> verfügbar. Der einfachste Weg ist, einfach auf der Homepage den Punkt „Try Sage Online“ auszuwählen, sich anzumelden, und das System online zu verwenden. (Alternativ oder zusätzlich können Sie es natürlich auch auf einem Computer ihrer Wahl installieren.) Erzeugen Sie ein neues Worksheet („create new worksheet“) und verwenden Sie das System zunächst ähnlich wie einen Taschenrechner, um sich ein wenig vertraut zu machen. Mit den Funktionen `gcd` und `xgcd` können Sie dann die Rechnungen der bisherigen Übungen durchführen.