

Mathematik und Logik

4. Übungsaufgaben

bis 2008-11-04, Angaben

1. Verschaffen Sie sich Zugang zur Mathematik-Software SAGE, frei erhältlich auf <http://www.sagemath.org>, am besten so wie vorige Woche beschrieben. Eine mögliche Alternative wäre der Webzugang unter <http://sage.milnix.org>.

Versuchen Sie, damit ein neues Worksheet anzulegen, und dann ein paar einfache Rechnungen durchzuführen. Berechnen Sie insbesondere $1/3 + 1/4$. Im oberen Teil des Worksheets gibt es die Option "Typeset" zum Ankreuzen. Probieren Sie dies aus und kontrollieren Sie, was beim erneuten Berechnen der obigen Rechnung passiert. Wenn es dabei ein Problem gibt, fragen Sie Kollegen, wie sie es gelöst haben. Möglicherweise hilft der Tip auf <http://www.math.union.edu/~dpvc/jsMath/download/jsMath-fonts.html>.

2. Verwenden Sie die iterierten Introduktions- und Eliminationsregeln für die logische Implikation

$$\begin{array}{c}
 P_1 \quad P_2 \quad \dots \quad P_n \\
 \boxed{\begin{array}{c} \vdots \\ Q \end{array}} \\
 \hline
 P_1 \implies P_2 \implies \dots \implies P_n \implies Q \implies \mathcal{I}^n
 \end{array}$$

$$\frac{P_1 \implies P_2 \implies \dots \implies P_n \implies Q \quad P_1 \quad P_2 \quad \dots \quad P_n}{Q} \implies \mathcal{E}^n$$

um die Beispiele von letzter Woche etwas eleganter zu lösen.

3. Beweisen Sie ganz detailliert:

$$\left(\left((P \implies Q) \implies Q \right) \implies Q \right) \implies (P \implies Q).$$

4. Beweisen Sie ein paar triviale Sätze über die Konjunktion:

- (a) $A \wedge B \implies A$;
- (b) $A \wedge B \implies B$;
- (c) $A \implies B \implies A \wedge B$;
- (d) $A \implies A \wedge A$.

Hinweis: Die Regeln für die Konjunktion lauten:

$$\frac{A \quad B}{A \wedge B} \wedge \mathcal{I} \quad \frac{A \wedge B}{A} \wedge \mathcal{E}_0 \quad \frac{A \wedge B}{B} \wedge \mathcal{E}_1$$

5. Beweisen Sie das Assoziativgesetz für die logische Konjunktion:

$$(A \wedge B) \wedge C \implies A \wedge (B \wedge C)$$

6. Beweisen Sie das Assoziativgesetz für die logische Implikation:

$$((A \implies B) \implies C) \implies (A \implies (B \implies C))$$

7. Beweisen Sie

- (a) $(A \wedge B \implies C) \implies (A \implies B \implies C)$;
- (b) $(A \implies B \implies C) \implies (A \wedge B \implies C)$.

8. Beweisen Sie

$$(A \implies B) \wedge (C \implies D) \implies (A \wedge C \implies B \wedge D).$$

Konkrete Fragen zu den Übungsbeispielen dürfen durchaus im KUSSS-Forum zu dieser Lehrveranstaltung diskutiert werden.