

# Mathematik und Logik

## 3. Übungsaufgaben

bis 2008-10-28, Angaben

1. Wiederholen Sie die Übungen von voriger Woche anhand der Lösungen und schreiben Sie alle Unklarheiten möglichst wohlformuliert auf, damit Sie bei nächster Gelegenheit gezielt fragen können.
2. Wie läßt sich aus den Annahmen, die wir über Listen gemacht haben, folgern, daß alle Listen endlich sind.
3. Sind die Listen  $u = abbaababbaababbaab$  und  $v = abbaababbaababbaab$  vertauschbar ( $uv = vu$ )? Überlegen Sie sich, wie man (allgemein) am leichtesten  $t, n, m$  finden kann, sodaß  $u = t^n, v = t^m$ .
4. Die Menge  $\Sigma$  sei einelementig. Zeigen Sie, daß es zu jeder Zahl  $n \in \mathbb{N}$  genau eine Liste (über  $\Sigma$ ) der Länge  $n$  gibt.
5. Vereinfachen Sie die Introduktionsregeln und das Induktionsprinzip sowie das Rekursionsschema für Listen über einer einelementigen Grundmenge. Versuchen Sie dann, das Induktionsprinzip für die natürlichen Zahlen zu formulieren.
6. Verwenden Sie die Introduktions- und Eleminationsregeln für die logische Implikation

$$\frac{\boxed{\begin{array}{c} P \\ \vdots \\ Q \end{array}}}{P \implies Q} \Rightarrow \mathcal{I} \qquad \frac{P \implies Q \quad P}{Q} \Rightarrow \mathcal{E}$$

um die Allgemeingültigkeit der folgenden minimallogischen Aussagen zu beweisen:

- (a)  $B \implies (A \implies B)$ ;
- (b)  $(A \implies B) \implies C \implies (A \implies C)$ ;
- (c)  $(A \implies C) \implies ((A \implies B) \implies (A \implies C))$ ;
- (d)  $(A \implies (B \implies C)) \implies (B \implies (A \implies C))$ ;
- (e)  $(B \implies C) \implies ((A \implies B) \implies (A \implies C))$ ;
- (f)  $P \implies ((P \implies Q) \implies Q)$ .
- (g)  $((((P \implies Q) \implies Q) \implies Q) \implies P)$ .
- (h)  $(P \implies Q) \implies (P \implies R) \implies (Q \implies R \implies T) \implies (P \implies T)$ .
- (i)  $(((((P \implies Q) \implies P) \implies P) \implies Q) \implies Q)$ .

Anmerkung: Ein Ausdruck wie  $A \implies B \implies C$  ist stets wie  $A \implies (B \implies C)$  zu verstehen.

7. Installieren Sie auf einem passenden Computer die Mathematik-Software SAGE, frei erhältlich auf <http://www.sagemath.org>. Unter einem Unix-ähnlichen System sollte die Installation keine Schwierigkeiten bereiten, mittels VMware (es reicht der gratis verfügbare Player) sollte es jedoch auch unter anderen Betriebssystemen problemlos funktionieren. Eine Anleitung für Windows-Betriebssysteme finden Sie unter [http://www.sagemath.org/bin/microsoft\\_windows/README.txt](http://www.sagemath.org/bin/microsoft_windows/README.txt). Sie benötigen ca 2,5 GB freien Platz auf der Festplatte. Obwohl SAGE selbst in einer virtuellen Maschine läuft, ist es via Web-Browser vom normalen System aus benutzbar.

Konkrete Fragen zu den Übungsbeispielen dürfen durchaus im KUSSS-Forum zu dieser Lehrveranstaltung diskutiert werden.