

Mathematik und Logik

6. Übungsaufgaben im 2007W

für 2007-11-20

1. Welchen Datentyp hat eine Funktion der Form

$$(x, (y, z)) \mapsto ((x, y), z).$$

Welche Aussage wird dadurch bewiesen?

2. Bestimmen Sie für die Beispiele 6–8 der Übungsaufgaben von letzter Woche entsprechende Beweisterme.

3. Beweisen Sie die Aussage:

$$\forall_{x \in X} (A[x] \Rightarrow B[x]) \Rightarrow \forall_{x \in X} (B[x] \Rightarrow C[x]) \Rightarrow \forall_{x \in X} (A[x] \Rightarrow C[x]).$$

4. Beweisen Sie

$$\exists_{x \in X} (A[x] \wedge B[x]) \Rightarrow \exists_{x \in X} A[x] \wedge \exists_{x \in X} B[x].$$

5. Beweisen Sie die Aussage:

$$\exists_{x \in X} \forall_{y \in Y} A[x, y] \Rightarrow \forall_{y \in Y} \exists_{x \in X} A[x, y].$$

6. Gilt im vorigen Beispiel auch die Umkehrung?

7. Beweisen Sie:

$$\exists_{x \in X} (A(x) \Rightarrow B) \Rightarrow \left(\forall_{x \in X} A(x) \right) \Rightarrow B$$

8. Für zwei Funktionen $f, g \in X \rightarrow Y$ ist die Gleichheit definiert durch

$$f = g \iff \forall_{x \in X} f(x) = g(x).$$

Prüfen Sie nach, ob diese Relation tatsächlich transitiv ist.