

Mathematik und Logik

2. Übungsaufgaben

2007-10-23

1. Berechnen Sie
 - (a) wie spät es 1000 Stunden nach Mittag ist;
 - (b) $5^7 \pmod{12}$;
 - (c) $7854^7 \pmod{5000}$ mit einem Taschenrechner;
2. Sei $d = \text{ggT}(n, m)$. Beweisen Sie möglichst detailliert, daß $\frac{n}{d}$ und $\frac{m}{d}$ teilerfremd sind.
3. Beweisen Sie möglichst genau, daß die Kongruenz modulo m transitiv ist.
4. Testen sie die Verträglichkeit der Multiplikation mit der Kongruenz modulo m anhand von mindestens zwei nicht zu trivialen Beispielen.
5. Beweisen Sie möglichst genau, daß die Addition mit der Kongruenz modulo m verträglich ist.
6.
 - (a) Verwenden Sie das Programm XGCD auf der LV-Homepage, um die Rechnungen der Übung von letzter Woche nachzurechnen, und auch für ähnliche Beispiele mit großen Zahlen.
 - (b) Invertieren Sie 17 modulo 30 (auch händisch).
 - (c) Invertieren Sie 1768987 modulo 3000000.
 - (d) Invertieren Sie 1768989 modulo 3000000.
 - (e) Lösen Sie die Gleichung $1768989 \cdot x \equiv 123 \pmod{3000000}$.
7. Berechnen Sie $\varphi(24)$ und $\varphi(97)$.
8. Was bedeutet Kongruenz modulo 0 bzw. modulo 1?