

# Mathematik und Logik

## 6. Übungsaufgaben

2006-12-05

1. Finden Sie den größten gemeinsamen Teiler  $d$  von  $m$  und  $n$  mittels Euklidischem Algorithmus:
  - (a)  $m = 32$  und  $n = 20$ ;
  - (b)  $m = 96$  und  $n = 156$ .
  - (c)  $m = 1024$  und  $n = 817$ .
2. Finden Sie dazu auch jeweils (ganzzahlige!) Lösungen der Gleichung

$$x \cdot m + y \cdot n = d$$

3. Programmieren Sie den Euklidischen Algorithmus zu Auffinden des ggT in einer Programmiersprache Ihrer Wahl sowohl rekursiv durch möglichst direkte Umsetzung der in der Vorlesung hergeleiteten Gleichungen als auch durch ein iteratives Programm (also typischerweise mit einer while-Schleife). Testen sie dieses Programm mit mehreren Beispielen und posten Sie dies in der Mailingliste `m106w@algebra.uni-linz.ac.at`, falls nicht schon jemand anderer ein ähnliches Programm gepostet hat (in welchem Fall Sie dieses eventuell verbessern könnten). Verwenden Sie dabei bitte einen Betreff, der das Wort `ggT` sowie die verwendete Sprache enthält.
4. Dasselbe für den Erweiterten Euklidischen Algorithmus zum Auffinden ganzzahliger Lösungen von  $d = x \cdot m + y \cdot n$ . Eine formale Beschreibung dieser in der Vorlesung nur anhand eines Beispiels erläuterten Methode finden Sie im Skriptum auf Seite 47 (`xgcd`). Verwenden Sie hier entsprechend im Betreff das Wort `xggT`.
5. Finden Sie eine ganzzahlige Lösung der Gleichung

$$x \cdot m + y \cdot n = 3 \cdot d.$$

für jedes der oben angeführten Beispiele.

6. Formulieren (und beweisen) Sie möglichst exakt einen mathematischen Satz, welcher genau beschreibt unter welchen Bedingungen eine Gleichung der Form  $a \cdot x + b \cdot y = c$  eine ganzzahlige Lösung besitzt und wie eine solche gegebenenfalls gefunden werden kann. Realisieren Sie auch dies in einer Programmiersprache Ihrer Wahl.
7. Erläutern Sie die Gesamtheit der Lösungen einer solchen Gleichung.