

Mathematik und Logik

3. Übungsaufgaben

2006-10-31

1. Zeigen Sie, daß die Reihenfolge bei hintereinanderfolgenden gleichen Quantoren irrelevant ist, z.B.

$$\forall_{x: X} \forall_{y: Y} A[x, y] \iff \forall_{y: Y} \forall_{x: X} A[x, y]$$

2. Beweisen Sie die Aussage:

$$\forall_{x: X} (A[x] \implies B[x]) \implies \forall_{x: X} (B[x] \implies C[x]) \implies \forall_{x: X} (A[x] \implies C[x]).$$

3. Beweisen Sie

$$\exists_{x: X} (A[x] \wedge B[x]) \implies \exists_{x: X} A[x] \wedge \exists_{x: X} B[x].$$

4. Beweisen Sie die Aussage:

$$\exists_{x: X} \forall_{y: Y} A[x, y] \implies \forall_{y: Y} \exists_{x: X} A[x, y].$$

5. Gilt im vorigen Beispiel auch die Umkehrung?

6. Beweisen Sie:

$$\exists_{x: X} (A(x) \implies B) \implies (\forall_{x: X} A(x) \implies B)$$

7. Die Listenverkettung sei intuitiv durch das folgende Beispiel erklärt:

$$[1, 2, 3, 4] \diamond [7, 8, 9] = [1, 2, 3, 4, 7, 8, 9]$$

Welchen Datentyp hat die Funktion \diamond ? Finden Sie (analog zu \triangleright) zwei Gleichungen, durch die diese Funktion eindeutig definiert wird?