

Mathematik und Logik

5. Übungsaufgaben

2006-01-10

1. Definieren Sie die Multiplikation für natürliche Zahlen mittels rekursiver Gleichungen und mit dem Rekursionsoperator.
2. Beweisen Sie das Kommutativgesetz für die Multiplikation. Welche elementaren Fakten werden dabei benötigt?
3. Beweisen Sie, daß jeder Teiler eines gemeinsamen Teilers wieder ein gemeinsamer Teiler ist.
4. Rechnen Sie nach, daß die Kongruenz modulo m tatsächlich eine Äquivalenzrelation ist.
5. Rechnen Sie nach, daß aus $a \equiv b \pmod{m}$ und $c \equiv d \pmod{m}$ stets $a \cdot c \equiv b \cdot d \pmod{m}$ folgt.
6. Berechnen Sie $\text{ggT}(56,72)$.
7. Finden Sie eine ganzzahlige Lösung von $56 \cdot x + 73 \cdot y = 24$ und von $56 \cdot x + 73 \cdot y = 20$.
8. Lösen Sie $127 \cdot x + 137 \cdot y = 1$.
9. Invertieren Sie 8 modulo 13.
10. Invertieren Sie 8 modulo 14.
11. Es sei $de \equiv 1 \pmod{\phi(m)}$. Zeigen Sie, daß dann $(a^e)^d \equiv 1 \pmod{m}$.
12. Berechnen Sie x , sodaß $x^7 \equiv 5 \pmod{11}$.