Mathematik und Logik

2. Übungsaufgaben

2005-11-15

- 1. Ergänzen Sie die Beweise des vorigen Übungsblattes durch die passenden Konstruktoren und Selektoren (so wie in der Vorlesung für die Kommutativtät der Konjunktion und die Distributivität durchgeführt). Schreiben Sie die Aussagen als Datentyp um, und geben Sie jeweils ein Element dieses Datentyps an.
- 2. Beweisen Sie die Aussage:

$$\bigwedge_{x \colon X} (A[x] \implies B[x]) \implies \bigwedge_{x \colon X} (B[x] \implies C[x]) \implies \bigwedge_{x \colon X} (A[x] \implies C[x]).$$

3. Beweisen Sie die Aussage:

$$\bigvee_{x:\;X} \bigwedge_{y:\;Y} A[x,y] \implies \bigwedge_{y:\;Y} \bigvee_{x:\;X} A[x,y].$$

- 4. Gilt im vorigen Beispiel auch die Umkehrung?
- 5. Überlegen Sie sich, welchen Datentyp die Beweise einer Allaussage haben, bzw. wie die Konstruktoren und Selektoren aussehen. Hinweis: Eine Allaussage ist eine Verallgemeinerung einer Implikation; die Regeln sind ähnlich, und daher auch die Konstruktoren und Selektoren. Worin besteht der Unterschied?