

# Formale Grundlagen

## 1. Übungsaufgaben

bis 2009-03-13, Angaben

1. Gegeben sei die Relation

$$R = \{ (1, 2), (2, 3), (2, 4), (5, 3), (6, 5), (6, 3), (7, 8), (9, 7), (9, 10) \}.$$

Stellen Sie  $R$  durch einen Graphen (= Pfeildiagramm) dar und bestimmen Sie:

- (a)  $R \cap D$  (wobei  $x D y \iff x < y$ );
- (b)  $R^{-1}$ ;
- (c)  $R^2$ ;
- (d)  $R \cup R^2$ ;
- (e)  $R^3$ ;

Ist  $R$  reflexiv, symmetrisch, transitiv, eine Äquivalenzrelation? Treffen diese Eigenschaften für die oben berechneten Relationen zu?

2. Gegeben seien die Mengen  $Z = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$  und  $L = \{ a, b, c, d, e \}$  sowie die Relationen

$$R = (1, a), (1, b), (2, a), (2, c), (4, b), (4, c), \\ S = (a, 5), (b, 3), (b, 4), (c, 2).$$

Welchen Typ haben diese Relationen? Stellen Sie beide jeweils als Tabelle und als Graph (Pfeildiagramm) dar. Berechnen Sie die Relationenprodukte  $R;S$  und  $S;R$ . Gilt  $R;S = S;R$ ? Wie ergibt sich das Pfeildiagramm der Relationenprodukte aus den Pfeildiagrammen von  $R$  und von  $S$ ?

3. Sei  $X$  die Menge aller zur Zeit lebenden Menschen. Gegeben seien die Relationen  $V$  und  $M$  in  $X$ :

$$x V y : \iff x \text{ ist Vater von } y, \\ x M y : \iff x \text{ ist Mutter von } y.$$

Drücken Sie folgende Relationen mit Hilfe von  $V$ ,  $M$  und den Operationen  $\cdot$  (Relationenprodukt) sowie  $\cup$  (Vereinigung) aus:

$x \text{ GV } y : \iff x \text{ ist Großvater von } y,$

$x \text{ GEM } y : \iff x \text{ ist Großelternteil mütterlicherseits von } y.$

4. In  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  sei durch

$$(x, y) \approx (u, v) : \iff x^2 + y^2 = u^2 + v^2$$

eine Relation definiert.

Warum ist dies eine Äquivalenzrelation. Bestimmen alle Paare, die zu  $(4, 3)$  äquivalent sind, und stellen Sie diese graphisch dar.