

Übungen, Algebra - Seminar

1. Sei G eine Gruppe, p eine Primzahl, sodass $|G| = p^2$. Zeigen Sie: G ist abelsch.
2. Sei G eine Gruppe, p, q Primzahlen, sodass $|G| = pq$. Zeigen Sie: G ist nicht einfach.
3. Zeigen Sie folgende Kommutator-Identität:

$$[xy, z] = [x, z]^y [y, z]$$

4. Sei (G, \cdot) eine Gruppe von Nilpotenzklasse 2 und ungerader Ordnung, sei $k := \frac{|G|+1}{2}$. Für $x, y \in G$ definieren wir

$$x * y := xy[y, x]^k.$$

Zeigen Sie, dass $(G, *)$ eine abelsche Gruppe.