

**Algebra für Informatiker und Informatikerinnen**  
**3. Übungsblatt für den 25. und 26. März 2010**

31. Zeigen Sie für natürliche Zahlen  $a, b$ :  $\text{ggT}(a, b) \cdot \text{kgV}(a, b) = a \cdot b$

Hinweis: Primfaktorzerlegung.

32. (a) Bestimmen Sie **alle** Lösungen von  $6x + 11y = 52$  über  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ .

(b) Bestimmen Sie **alle** Lösungen von  $14x + 22y = 39$  über  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ .

33. Bestimmen Sie jeweils die Lösungsmenge folgender Gleichungen über  $\mathbb{Z}$ .

(a)  $x \equiv 1 \pmod{2}$

(b)  $y \equiv 0 \pmod{3}$

(c)  $z \equiv -2 \pmod{3}$

34. Bestimmen Sie jeweils die Lösungsmenge folgender Gleichungen über  $\mathbb{Z}$ .

(a)  $3x \equiv 2 \pmod{5}$

(b)  $2y \equiv 1 \pmod{6}$

(c)  $3z \equiv -1 \pmod{4}$

35. Lösen Sie folgendes System simultaner Kongruenzen über  $\mathbb{Z}$ . (Bestimmen Sie alle Lösungen!)

$$x \equiv 3 \pmod{4}$$

$$x \equiv 4 \pmod{5}$$

36. Wie Aufgabe (35) für:

$$x \equiv 2 \pmod{6}$$

$$x \equiv 3 \pmod{8}$$

37. Wie Aufgabe (35) für:

$$x \equiv 4 \pmod{2}$$

$$x \equiv -1 \pmod{5}$$

$$x \equiv 1 \pmod{7}$$

38. Wie Aufgabe (35) für:

$$3x \equiv 1 \pmod{4}$$

$$4x \equiv 2 \pmod{3}$$

Hinweis: Kombinieren Sie die Aufgaben (34) und (35)

39. Gegeben sei die Äquivalenzrelation  $\sim$  auf der Menge aller österreichischen Städte. Zwei Städte stehen dann zueinander in Relation, wenn sie im selben Bundesland liegen.

(a) Bestimmen Sie die Äquivalenzklasse von Wels.

(b) Bestimmen Sie die Faktormenge  $A/\sim$ .

(c) Finden Sie ein Repräsentantensystem.

40. Gegeben sei die Äquivalenzrelation  $\sim$  auf  $A = \mathbb{Z}$  mit  $a \sim b \Leftrightarrow a \equiv b \pmod{5}$ .
- (a) Bestimmen Sie die Äquivalenzklasse von 3.
  - (b) Bestimmen Sie die Faktormenge  $A/\sim$ .
  - (c) Finden Sie ein Repräsentantensystem.
41. Gegeben sei die Äquivalenzrelation  $\sim$  auf  $A = \mathbb{R}^3$  mit  $u \sim v \Leftrightarrow u_x = v_x$ . ( $u_x$  bezeichne die  $x$ -Koordinate).
- (a) Bestimmen Sie die Äquivalenzklasse von  $(1,2,3)$ .
  - (b) Bestimmen Sie die Faktormenge  $A/\sim$ .
  - (c) Finden Sie ein Repräsentantensystem.
42. Gegeben sei die Äquivalenzrelation  $\sim$  auf  $A = \mathbb{R}^2$  mit  $u \sim v \Leftrightarrow \max(u_x, u_y) = \max(v_x, v_y)$
- (a) Bestimmen Sie die Äquivalenzklasse von  $(-1,4)$ .
  - (b) Bestimmen Sie die Faktormenge  $A/\sim$ .
  - (c) Finden Sie ein Repräsentantensystem.
43. Interpretieren Sie die Aufgaben (41) und (42) geometrisch.
44. Gegeben sei folgende Partition von  $\mathbb{N}_0$ :  $P = \{ \{0,3,6,9, \dots\}, \{1,4,7,10, \dots\}, \{2,5,8,11, \dots\} \}$ . Finden Sie die von dieser Partition „induzierte“ Äquivalenzrelation, deren Faktormenge dieser Partition entspricht.
45. Gegeben sei folgende Partition von  $\mathbb{N} \setminus \{1\}$ :  $P = \{ \{2\}, \{3,4\}, \{5,6,7,8\}, \{9,10, \dots, 16\}, \dots \}$ . Finden Sie die von dieser Partition „induzierte“ Äquivalenzrelation, deren Faktormenge dieser Partition entspricht.