

Algebra (Mathematik 2)
8. Übungsblatt für den 29./30. November 2007

1. Invertieren Sie, falls möglich, folgende Matrizen über \mathbb{R} :

$$(a) \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (b) \begin{pmatrix} 4 & 5 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (c) \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Zeigen Sie : Seien $A_1, A_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ invertierbar, dann auch $A_1 \cdot A_2$.

3. Seien $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie :

(a) Zeigen Sie: Ist $ad - cb \neq 0$, so ist $A := \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ invertierbar.

(b) Bestimmen Sie für obigen Fall die inverse Matrix von A.

4. Orthonormalisieren Sie mittels Gram-Schmidt folgende Teilfamilie des \mathbb{R}^3 :

$$M = ((1,0,1), (0,2,0), (1,-1,0))$$

5. Wie (4) für :

$$M = ((0,1,-1), (1,0,0), (1,-1,0), (2,1,0))$$

6. Ergänzen Sie die Basis der linearen Hülle folgender Teilfamilie des \mathbb{R}^3 zu einer Orthonormalbasis des \mathbb{R}^3 .

$$M = ((0,1,-1), (1,-1,0), (2,-1,-1))$$

7. Sei U ein Unterraum des mit der ONB $B = (1/\sqrt{14} \cdot (3,2,-1), 1/\sqrt{6} \cdot (-1,2,1))$.

(a) Bestimmen Sie die Koordinaten von $v = (3,10,1)$ bzgl. B und die Länge von v sowie die Länge von $(v)_B$.

(b) Wie (a) für $v = (2,0,1)$.

Was fällt auf?

8. Berechnen Sie den Winkel zwischen $u = (7,-6,-5)$ und $v = (3,10,1)$ sowie den Winkel zwischen $(u)_B$ und $(v)_B$ bzgl. B aus dem vorigen Bsp.