

Algebra (Mathematik 2)
6. Übungsblatt für den 15./16. November 2007

1. Finden Sie eine Matrix B in Zeilenstufenform, deren Zeilenraum der gleiche ist wie der Zeilenraum der Matrix A^T , wobei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 1 \\ 2 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Bestimmen Sie eine Basis für den Nullraum von

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

3. Verwenden Sie den Satz zum Nullraum einer Matrix in Zeilenstufenform um eine Basis von $N(B)$ für

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

zu bestimmen.

4. Berechnen Sie falls möglich folgende Ausdrücke

- (a) $A \cdot D$
- (b) $B \cdot A$
- (c) $A \cdot B$
- (d) $C^T \cdot A^T$

für

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

5. Zeigen Sie: Jeder Unterraum des \mathbb{R}^3 hat eine der folgenden Formen: $\{0\}$, Gerade durch 0, Ebene durch 0, oder \mathbb{R}^3 .
6. Zeigen Sie: Seien S, T Unterräume von \mathbb{R}^n mit $S \subseteq T$ und $\dim S = \dim T$. Dann gilt $S = T$.
7. Geben Sie für die Matrizen in den Aufgaben 5.7 und 5.8 des 5. Übungsblatts und in Aufgabe 6.3 jeweils den Rang an.
8. Ist

$$L\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}\right) = L\left(\begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \\ -7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}\right)?$$