Mathematik 2 (Algebra)
2. Übungsblatt für den 11./12. Oktober 2007

1. Von einem Parallelogramm kennt man die Längen der Diagonalen $e = 181mm$ und $f = 211mm$. Der von den Diagonalen eingeschlossene Winkel beträgt 65°. Berechnen Sie den Umfang des Paralellogramms.

2. Berechnen Sie jeweils den Winkel zwischen folgenden beiden Vektoren. Geben Sie die Ergebnisse in Grad und in Radiant an !

   (a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

   (b) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

   (c) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \end{pmatrix}$.

   (d) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -8 \\ -12 \end{pmatrix}$.

3. Geben Sie die Gerade durch die Punkte A und B in Parameterform und in impliziter Form an !

   (a) $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 15 \\ -5 \end{pmatrix}$.

   (b) $A = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$.

4. Bestimmen Sie jeweils eine Parameterform (= Punkt-Richtungs-Form) folgender Geraden.

   (a) $2\,x + 3\,y = 7$.

   (b) $x = 3$.

   (c) $y = -2$.

5. Gegeben ist die Gerade $g : -4x + 3y = 10$. Der Punkt $P = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ liegt auf der Geraden g. Bestimmen Sie alle Punkte, die auf der Geraden g liegen und vom Punkt P den Abstand 15 haben.

6. Bestimmen Sie jenen Punkt auf der Geraden

$$g : X = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

der zum Punkt $\begin{pmatrix} 6 \\ 11 \end{pmatrix}$ minimalen Abstand hat.

7. Verwenden Sie das Skalarprodukt von Vektoren um folgenden geometrischen Satz zu zeigen:
In einem Parallelogramm mit Seitenlangen a und b und Diagonallängen e und f gilt: $a^2 + b^2 = \frac{1}{2}(e^2 + f^2)$.

8. Finden Sie einen Vektor, der auf den beiden Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ normal steht !

   (a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}.$

   (b) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ -6 \end{pmatrix}.$

   (c) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$