

Mathematik 2 (Algebra)
11. Übungsblatt für den 10./11. Jänner 2008

1. Geben Sie alle Lösungen des folgenden Gleichungssystems an:

$$\begin{aligned}9x &\equiv 6 \pmod{42} \\ x &\equiv 4 \pmod{12}\end{aligned}$$

Hinweis: Verwandeln Sie die erste Gleichung in die Form $x \equiv a \pmod{n}$.

2. Sei $2\mathbb{Z} := \{2z \mid z \in \mathbb{Z}\}$. Welche Eigenschaften eines Ringes mit Eins erfüllt $\langle 2\mathbb{Z}, +, -, 0, \cdot, 2 \rangle$?
3. Zeigen Sie, dass $0 \cdot x = 0$ in jedem Ring gilt.
4. Zeigen Sie, dass die Addition in \mathbb{Z}_n für alle $n \in \mathbb{N}$ wohldefiniert ist.
5. Berechnen Sie:

(a) $x + 7 = 3$ in \mathbb{Z}_{12}

(b) $4 - x = 6$ in \mathbb{Z}_8

(c) $8x = 4$ in \mathbb{Z}_{14}

(d) $15x = 10$ in \mathbb{Z}_{21}

(e) 3^{81} in \mathbb{Z}_5

6. Wieviele invertierbare Elemente gibt es in \mathbb{Z}_{15} ?
7. Wertetausch ohne Zwischenvariablen: Seien $x, y \in \mathbb{Z}_2$. Überprüfen Sie, dass die Folge der nächsten 3 Zuweisungen die Werte von x und y vertauscht.
- $$\begin{aligned}x &:= x + y \\ y &:= x + y \\ x &:= x + y\end{aligned}$$
8. Für das RSA-Verfahren wählen wir $p = 5, q = 11$ und $e = 13$. Chiffrieren Sie die Zahl 3. Entschlüsseln Sie 8.