

Übung Algebra für Informatiker, SS11
3. Übungsblatt, auszuarbeiten bis 24./25.3.2011

1. Gegeben sei ein Dreieck mit Seitenlängen

- (a) $a = 6, b = 10, c = 8,$
- (b) $a = 13, b = 6, c = 5.$

Berechnen Sie die Innenwinkel in Grad und in Radiant!

2. Finden Sie je die implizite Darstellung bzw. eine Parameterdarstellung der folgenden Geraden:

$$g : X = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$
$$h : 3x + 5y = 7.$$

3. Schneiden Sie die Geraden g und h aus dem letzten Beispiel und benutzen Sie

- (a) g in impliziter Form und h in impliziter Form.
- (b) g in Parameterdarstellung und h in impliziter Form.
- (c) g in Parameterdarstellung und h in Parameterdarstellung.

4. Beweisen Sie Satz 5 von den aus der Vorlesung zusätzlich bereitgestellten Unterlagen: Der Normalabstand s eines Punktes $P = (p_1, p_2)$ zu einer Geraden $g : ax + by = d$ im $\mathbb{R}^2$ ist gegeben durch

$$s = \frac{|p_1 a + p_2 b - d|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

Wie weit ist der Punkt $(1, 4)$ von der Geraden h aus Beispiel 2 entfernt?

5. Finden Sie die implizite Darstellung jener Geraden, die parallel zur Geraden $g : 3x - 4y = 7$ sind und von dieser Abstand 5 haben.
6. Zeigen Sie, dass für $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$ stets folgende Gleichung gilt:

$$\|\vec{a}\|^2 \|\vec{b}\|^2 - \langle a, b \rangle^2 = \|\vec{a} \times \vec{b}\|^2.$$

7. Gegeben ist ein Dreieck ABC mit $A = (1, 0, 0), B = (2, 2, 3), C = (4, 5, 6)$. Berechnen Sie den Winkel $\alpha = \angle(\overline{AB}, \overline{AC})$ unter Verwendung des Skalarproduktes und die Fläche mit Hilfe des Kreuzproduktes.
8. Berechnen Sie eine Parameterdarstellung und eine Darstellung in impliziter Form von der Ebene, die die Punkte $A = (1, 0, 0), B = (2, 2, 3), C = (4, 5, 6)$ enthält.