Übung Algebra für Informatiker, SS11
2. Übungsblatt, auszuarbeiten bis 17./18.3.2011

1. Sie segeln von Ihrer Urlaubsinsel aus zuerst 10 km nach Norden, dann 15 km nach Südwest und dann schließlich 5 km nach Osten. Wie weit sind Sie nun von der Insel entfernt? (Rechnen Sie mit Vektoren!)
2. Sie wollen als Hobbyschwimmer bei der Donauüberquerung in Aschach mitmachen. Start und Ziel liegen direkt gegenüber am Ufer und Sie wissen, dass sie die doppelte Strömungsgeschwindigkeit schaffen. In welche Richtung müssen Sie schwimmen wenn die Donau von Ihnen aus gesehen nach links fließt, um am gegenüberliegenden Ziel anzukommen? Finden sie ein geeignetes Koordinatensystem und geben Sie ihren "Schwimmgeschwindigkeitsvektor" an, wenn die Strömungsgeschwindigkeit 0.75 km/h beträgt.
3. Finden Sie zu den beiden gegebenen Geraden in Parameterdarstellung je einen Normalvektor:

$$g_1 : X = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

und

$$g_2 : X = \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

4. Welchen Winkel schließen die zwei Geraden aus dem letzten Beispiel ein? (Warum haben Sie einen Schnittpunkt?)
5. Von einem gleichschenkeligen Dreieck sind die Basiseckpunkte $(-2, -3)$ und $(-2, 4)$ bekannt. Ergänzen Sie diese Punkte mit einer Spitze, sodass das entstehende Dreiecke die Höhe 6 besitzt. Wie groß ist der Basiswinkel des gleichschenkeligen Dreiecks?
6. Seien A, B, C, D die Eckpunkte eines Quadrates. Gegeben sind $A = (-3, 2)$ und $C = (4, 5)$. Bestimmen Sie die anderen beiden Eckpunkte. Wie lang ist die Seitenkante des Quadrates?
7. Zeigen Sie, dass das Skalarprodukt im $\mathbb{R}^2$ folgende Eigenschaften erfüllt:
 - (a) $\langle a + b, a + b \rangle = \langle a, a \rangle + 2 \langle a, b \rangle + \langle b, b \rangle$.
 - (b) $\langle a + b, a - b \rangle = \langle a, a \rangle - \langle b, b \rangle$.
8. In einer Goldmine werden vom gleichen Punkt aus zwei neue geradlinige Stollen getrieben, die miteinander einen Winkel von 70° einschließen der eine Stollen ist 7500 m lang und der andere 4950 m. Wie weit sind die Endpunkte der Stollen voneinander entfernt.