Blatt 1 für 10.3./11.3 2011

Bemerkung : Die Beispiele auf diesem Übungsblatt sind noch freiwillig, Ankreuzen auf den Listen ist jedoch möglich, man kann sich auf diese Weise “Bonuskreuzerl” verdienen. Auch die Tafelleistung wird beurteilt.
Inhalt dieses Übungsblattes sind “Beispiele aus der Schule”, die zum kommenden Inhalt der Vorlesung passen, als Einstimmung auf die Lehrveranstaltung.
Wenn nicht anders angegeben, müssen alle Beispiele von Hand gerechnet werden (ausgenommen “Nebenrechnungen” wie etwa arcsin(0.3) o.ä.)

WICHTIG : Vergessen Sie nicht,
bis spätestens 10 Min. vor Übungsbeginn auf den Listen
die von Ihnen gerechneten Beispiele anzukreuzen. Ankreuzen während der Übung
ist aus Zeitgründen nicht möglich !

Bsp 1

Eine Straße verläuft geradlinig auf einen Turm zu. An dieser Straße, 200 m bzw. 400 m vom Turm entfernt, befinden sich Messpunkte. Die Strecke zwischen den beiden Punkten erscheint vom Turm aus unter einem Sehwinkel von 10.2°. Bestimmen Sie rechnerisch die Höhe des Turmes.

Bsp 2

Gegeben sei der Vektor $v = (v_x, v_y, v_z)$.

(a)

Bestimmen Sie seine Koordinaten so, dass er senkrecht auf der yz-Ebene steht und die Länge 2 hat.

(b)

Bestimmen Sie seine Koordinaten so, dass er in der yz-Ebene liegt, mit der positiven z-Achse einen Winkel von $\frac{\pi}{3}$ einschließt und ein Einheitsvektor ist.

Bsp 3

Gegeben sei folgendes lineare Gleichungssystem:

$$2x + y + 2z = 7$$
$$x - y + z = 2$$
$$-2x - 2z = -6$$

Bestimmen Sie die Lösungsmenge in parametrisierter Form, d.h. in der Form :

$$L = \{P + \lambda_1 v_1 + \ldots + \lambda_n v_n : \lambda_1, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{R}\setminus\{0\}\}$$

wobei P ein Punkt sei und v_i “Richtungsvektoren” sind.

Bsp 4

Gilt für jede Gerade g im $\mathbb{R}^2$, dass sie “abgeschlossen” unter Multiplikation mit reellen Zahlen sowie unter Addition von Punkten ist, d.h. dass für alle P, Q $\in g$, $\lambda \in \mathbb{R}$ gilt: P+Q $\in$ g und λP $\in$ g ?

Falls ja, begründen Sie ihre Behauptung! Falls nein, können Sie eine Zusatzvoraussetzung an die Geraden finden, sodass die Aussage doch gilt?

■ Bsp 5

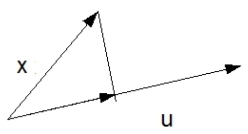
Gegeben seien ein Vektor x und ein Vektor u. Leiten Sie folgende Behauptung her;

Der "Anteil" des Vektors x "in Richtung" des Vektors u (vgl. Skizze) ist gegeben durch folgende Formel:

$$\frac{\mathbf{x} \cdot \mathbf{u}}{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}} * \mathbf{u}$$

wobei mit “·” das Skalarprodukt der Vektoren u und v gemeint ist.

Hinweis zur Lösung : Winkel zwischen Vektoren im rechtwinkeligen Dreieck!



■ Bsp 6

Sei $p = a_0 + a_1\, x + ... + a_n\, x^n$ ein Polynom mit reellen Koeffizienten a_i.

Finden Sie alle Polynome p , die invertierbar bzgl. Multiplikation mit Polynomen q sind, d.h. für die es ein Polynom q gibt mit $p\, q = 1$.

Begründen Sie Ihre Behauptung ausreichend!