Algebra für Informatiker/innen
13. Übungsblatt für den 25. und 26. Juni 2009

(Für „Nebenrechnungen" dürfen Sie wie gewohnt Mathematica verwenden).

1. Eine lineare Abbildung h: $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ sei wie folgt gegeben durch die Bilder einer Basis wie folgt:

$$h\begin{pmatrix}1\\2\\4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4\\5\end{pmatrix}, \qquad h\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}, \qquad h\begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}5\\3\end{pmatrix}$$

   Bestimmen Sie die Bilder von $\begin{pmatrix}3\\6\\12\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$.

2. Bezüglich der kanonischen Basen B und C von $\mathbb{R}^3$ und $\mathbb{R}^2$ sei $S_h(B,C) = \begin{pmatrix}0 & 2 & 3\\1 & -2 & 0\end{pmatrix}$ die Matrixdarstellung einer linearem Abbildung.
   Welche Matrix entspricht h bezüglich der Basen B' = $((2,1,-1),(1,0,3),(-1,2,1))$ von und C' = $((1,1),(1,-1))$?

3. Sei h die lineare Abbildung aus Bsp. 2.

   Bestimmen Sie den Kern und Image von h sowie Basen davon.

4. Sei f wie oben. Bestimmen Sie V/ker.

5. Gegeben seien die Basen $B = ((2,0),(1,-1)$ und $C = ((0,1),(2,1))$ des $\mathbb{R}^2$.
   Bestimmen Sie die Basistransformationsmatrix $S_{id}(B,C)$

6. Gegeben seien die Basen $B = ((1,2,3),(3,4,5))$ und $C = ((2,2,2),(-1,0,1))$ einer Ebene im $\mathbb{R}^2$.
   Bestimmen Sie die Basistransformationsmatrix $S_{id}(B,C)$

7. Sei h die Abbildung, die einen Punkt des $\mathbb{R}^3$ im Winkel von 180° um die Gerade g : $\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}2\\1\\3\end{pmatrix}$ dreht. Bestimmen Sie die Darstellungsmatrix von h bzgl. der kanonischen Basis.

8. Sei h die Abbildung, die einen Punkt des $\mathbb{R}^3$ an der Ebene ε : $\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}2\\-1\\3\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}3\\5\\-1\end{pmatrix}$ spiegelt.
   Bestimmen Sie die Darstellungsmatrix von h bzgl. der kanonischen Basis.