

Algebra für Informatiker/innen
4. Übungsblatt für den 26. und 27. März 2009

1. Multiplizieren Sie jeweils Matrix mit Vektor (falls das Ergebnis definiert ist).

(a) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ -5 \end{pmatrix}.$

(b) $\begin{pmatrix} 9 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}.$

(c) $\begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$

(d) $\begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}.$

2. Berechnen Sie den Durchschnitt der Ebenen E und F .

$$E : 5x - 3y + 10z = 3$$

$$F : 2x + y + 4z = -1.$$

3. Geben Sie einen Algorithmus an (in detailliertem Pseudo-Code), der folgendes leistet:

Input: $a, b, c, d, \alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$.

Output: EQU , falls die Ebenen $E : ax + by + cz = d$ und $F : \alpha x + \beta y + \gamma z = \delta$ gleich sind; PAR , falls die Ebenen E und F parallel, aber nicht gleich sind; $NOTPAR$, falls die Ebenen E und F nicht parallel sind.

4. Seien a, b die Seitenlängen und e, f die Diagonallängen eines Parallelogramms. Zeigen Sie mit Hilfe des Skalarprodukts:

$$2(a^2 + b^2) = e^2 + f^2.$$

5. Bestimmen Sie die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & 2 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Geben Sie die Lösungsmenge in parametrisierter Form an.

6. (a) Lösen Sie das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix},$$

und geben Sie die Lösungsmenge parametrisiert an.

- (b) Lösen Sie das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 9 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix},$$

und geben Sie die Lösungsmenge parametrisiert an.

7. Bestimmen Sie eine parametrisierte Darstellung der Lösungsmenge (über $\mathbb{R}$) des linearen Gleichungssystems $A \cdot z = b$, wobei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

8. Ergänzen Sie die Gleichung $5x - 2y + 3z = 0$ zu einem linearen Gleichungssystem mit drei Gleichungen, sodass das System keine Lösung/genau eine Lösung/genau zwei Lösungen/eine Gerade als Lösungsmenge/eine Ebene als Lösungsmenge hat.