Übungen zu
Lineare Algebra und Analytische Geometrie 2
3. Übungsblatt für den 15. März 2010

1. Zeigen Sie, dass $[0,1[\times [0,1[$ und $[0,1[$ gleichmächtig sind.
   Hinweis: Satz von Schröder-Bernstein.

2. Zeigen Sie, dass folgende Mengen gleichmächtig sind, indem Sie eine bijektive Abbildung finden:

   (a) $\mathbb{Z} \times [0,2[$ und $\mathbb{R}$

   (b) $\mathbb{Z} \times \mathbb{N}$ und $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$.

3. Zeigen Sie, dass folgende Mengen gleichmächtig sind, indem Sie eine bijektive Abbildung finden:

   (a) $[0,1]$ und $[a,b]$ mit $a < b$, $a, b \in \mathbb{R}$

   (b) $[0,1[$ und $[0,1]$.

4. Zeigen Sie, dass folgende Mengen gleichmächtig sind, indem Sie eine bijektive Abbildung finden:

   (a) $\mathbb{R}$ und $]-1,1[$

   (b) $\mathbb{N} \times [0,1[$ und $[0,\infty[$.

5. Zeigen Sie, dass für beliebige Mengen A, B, C gilt:

   $$(A \sim C \wedge A \subseteq B \subseteq C) \Rightarrow A \sim B.$$

   Hinweis: Satz von Schröder-Bernstein.

6. Sei B eine beliebige unendliche Menge. Zeigen Sie, dass es eine Funktion $f : B \to B$ gibt, die injektiv, aber nicht surjektiv ist.

7. Ist $\mathcal{P}(\mathbb{N}) \sim \mathbb{N}^{\mathbb{N}}$?

8. Sei A unendlich und E endlich. Zeigen Sie: $A \cup E \sim A$.