Übungen zu
Lineare Algebra und Analytische Geometrie II
11. Übungsblatt, für den 06. Juni 2005

1. (Mathematica) Legen Sie die "bestapproximierende" Polynomfunktion vom Grad 2 durch die Punkte $(10, 81)$, $(20, 360)$, $(25, 575)$, $(35, 1155) \in \mathbb{R}^2$.
2. Bestimmen Sie eine QR -Zerlegung für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 5 \\ 1 & -5 & 1 \\ -1 & 6 & 1 \\ 1 & -5 & 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}_3^4.$$

3. Zeigen oder widerlegen Sie:
 - (a) Äquivalente Matrizen haben dasselbe charakteristische Polynom.
 - (b) Kongruente Matrizen haben dasselbe charakteristische Polynom.
 - (c) Falls zwei Matrizen dieselben Eigenwerte haben, haben sie dann auch dasselbe charakteristische Polynom?

4. Zeigen oder widerlegen Sie:
 - (a) $A \approx B \Rightarrow Sp(A) = Sp(B)$,
 - (b) $Sp(A) = Sp(B) \Rightarrow A \approx B$.

5. Finden Sie alle Eigenwerte und die zugehörigen Eigenräume der Matrizen

$$\begin{pmatrix} b & a & 0 \\ 0 & b & a \\ 0 & a & b \end{pmatrix} \in \mathbb{R}_3^3 \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}_3^3.$$

6. Gegeben ist die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -8 & -12 \\ 1 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}_3^3$$

Zeigen Sie, dass A diagonalisierbar ist und geben Sie C mit $C^{-1}AC = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ explizit an.

7. Seien $A, B \in K_n^n$. Zeigen Sie, dass AB und BA dieselben Eigenwerte haben.

8. Die Matrix $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$ ist nilpotent, da $C^3 = 0$. Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren von C und C^2 .