

Übungen zu
Lineare Algebra und Analytische Geometrie II
4. Übungsblatt, für den 11. April 2005

1. Zeigen Sie Satz 32.9 aus dem Skriptum.
2. (M) Schreiben Sie eine MATHEMATICA Funktion, die bei gegebener Adjazenzmatrix testet, ob eine Relation R (a) reflexiv, (b) symmetrisch, (c) transitiv ist.
3. Sei $A \in \mathbb{R}_k^k$ und sei $A^n = 0$ für ein $n \in \mathbb{N}$. Zeigen oder widerlegen Sie:
 - $(E - A)$ ist regulär.
 - Eine positive Matrix mit $A^n = 0$ ist stets produktiv.
4. In einer Stadt befinden sich drei große Industriebetriebe: Eine Raffinerie, ein E-Werk und eine Busunternehmen. Um Treibstoff im Wert von einem Euro zu produzieren, benötigt die Raffinerie 0,1 Euro Strom und 0,5 Euro Transportkapazitäten. Um Elektrizität im Wert von einem Euro zu produzieren, benötigt das E-Werk Strom für je 0,05 Euro, Treibstoff für je 0,65 Euro und Transportkapazitäten für je 0,1 Euro. Um eine Transportkapazität im Wert von einem Euro zu erreichen, benötigt das Busunternehmen Treibstoff zu 0,2 Euro und Strom um 0,4 Euro. Wieviel muss jeder der drei Betriebe produzieren, um sowohl die eigenen Bedürfnisse erfüllen und zusätzlich Treibstoff um 50000 Euro und Strom um 20000 Euro liefern zu können?
5. Auf einem Marktstand sollen Getränke verkauft werden. Das dafür vorgesehene Budget beträgt 100,- Euro und muss vollständig ausgeschöpft werden. Der zur Verfügung gestellte Kühlschrank bietet Platz für maximal 100 Flaschen. Folgende Tabelle bietet einen Überblick über die jeweilige Mindestbestellmenge beim Lieferanten (in Stück), den Ein- und Verkaufspreis (in Euro) der jeweiligen Getränke, welche später flaschenweise verkauft werden sollen.

Getränk	Einkaufspreis	Verkaufspreis	Mind. Menge
A	5	7	5
B	3	5	5
C	0.5	1	5

Wieviele Flaschen der jeweiligen Sorten sollen angeschafft werden, wenn als einziges Einkaufskriterium die Gewinnmaximierung herangezogen wird? Wie lautet das entsprechende Optimierungsproblem?

6. Finden Sie optimale Strategien für folgendes Spiel! Bestimmen Sie den Wert des Spieles? Ist es fair?

$$\begin{pmatrix} -10 & 0 & 30 & 20 \\ -20 & -10 & 20 & 20 \\ 10 & 50 & 40 & 20 \\ -30 & 10 & -10 & 0 \end{pmatrix}$$

7. Sei C ein linearer binärer Code mit Kontrollmatrix

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Wieviele Codewörter besitzt C ? Was ist die Informationsrate von C ? Versuchen Sie $(0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1)$ und $(1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1)$ zu dekodieren.

8. Berechnen Sie die Minimaldistanz des binären Codes mit der Kontrollmatrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$