

**Übungen zu  
Lineare Algebra und Analytische Geometrie 1  
6. Übungsblatt für den 14. November 2011**

Beachten Sie bitte für alle Aufgaben mit Unteraufgaben: Ankreuzen ist nur möglich, wenn Sie alle Teilaufgaben gelöst haben.

1. Zeigen Sie Satz 7.9(f) (Jacobi-Identität).
2. Eine Straßenlampe mit Masse  $m = 4$  kg wird von zwei Drähten in der Mitte zweier  $a = 18$  m voneinander entfernten Masten gehalten. Die Lampe hängt  $d$  Meter durch.
  - (a) Wie groß sind die Spannkraften in den Drähten? (Hinweis: Für die Kräfte gilt  $\vec{F} = m \vec{g}$ . Rechnen Sie mit  $|g| = 10 \text{ ms}^{-2}$ .)
  - (b) Wie groß muss der Durchhang der Lampe mindestens sein, damit die Beträge der Spannkraften 100 N nicht übersteigen?
3. Gegeben seien die Vektoren  $\vec{a} = (3, -2, 4)$  und  $\vec{b} = (1, 2, -3)$ .
  - (a) Berechnen Sie die orthogonalen Projektionen  $\vec{a}_{\vec{b}}$  und  $\vec{b}_{\vec{a}}$ .
  - (b) Bestimmen Sie weiters  $\vec{c} := \vec{a} \times \vec{b}$  und zeigen Sie, dass  $\vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{c} = 0$  gilt.
4. Auf eine Dachfläche mit Normalvektor  $\vec{n} = (3, 0, 4)$  wirkt die Kraft  $\vec{f} = (-30, 20, -10)$  N.
  - (a) Welche Kraft wirkt senkrecht zur Dachfläche bzw. welche Kraft wirkt in der Falllinie  $\vec{v} = (4, 0, -3)$ ?
  - (b) Welche Kraft wirkt sonst noch?
  - (c) Lösen Sie Aufgabe b) auf zwei verschiedene Arten.
5. Im Ursprung wird an einer Spiegelebene  $\epsilon : x - y + z = 0$  ein Lichtstrahl reflektiert, der vom Punkt  $P = (-1, 2, 0)$  ausgeht. Im Punkt  $P$  befindet sich außerdem ein zweiter Spiegel, der so eingestellt ist, dass der reflektierte Strahl senkrecht darauf einfällt.
  - (a) In welcher Ebene liegt dieser zweite Spiegel?
  - (b) In welchem Punkt fällt der reflektierte Lichtstrahl auf den zweiten Spiegel?
6.
  - (a) Bestimmen Sie in Parameterform die Schnittgerade der beiden Ebenen  $\epsilon_1 : 3x - y + 2z = -4$  und  $\epsilon_2 : x + y = 2$ .
  - (b) Ein Teilchen befindet sich zu Beginn im Punkt  $P = (1, 3, 2)$ . Es bewegt sich zuerst senkrecht zur Geraden  $g : (2, 0, -5) + \lambda(-1, 1, 2)$  auf diese zu, bis es sie in einem Punkt  $S \in g$  trifft und von dort aus  $3\sqrt{6}$  E entlang der Geraden läuft. In welchen Punkten  $Q$  kann es landen und wie weit sind diese Punkte vom Ausgangspunkt entfernt?
7. Die drei Ebenen  $\epsilon_1 : 2x + 2y + z = 0$ ,  $\epsilon_2 : x - 2y + 2z = 0$  und  $\epsilon_3 : -2x + y + 2z = 0$  bilden einen Trichter, in den eine Kugel ( $r = 1$ ) gelegt wird. In welchem Punkt befindet sich der Mittelpunkt der Kugel?  
(Hinweis: Sie erhalten 8 Lösungen, aber nur eine davon ist sinnvoll.)

8. Durch ein Dreieck mit den Eckpunkten  $A = (3, 0, 0)$ cm,  $B = (0, 3, 0)$ cm und  $C = (3, 3, 3)$ cm strömt ein Gas, das die Geschwindigkeit  $v = 40$  cm/s in Richtung  $(1, 1, 1)$  besitzt. Welches Gasvolumen strömt in  $\sqrt{3}$  Sekunden durch?