

**Übungen zu
Lineare Algebra und Analytische Geometrie 1
3. Übungsblatt für den 24. Oktober 2011**

Beachten Sie bitte für alle Aufgaben mit Unteraufgaben: Ankreuzen ist nur möglich, wenn Sie alle Teilaufgaben gelöst haben.

1. Geben Sie folgende Mengen durch Aufzählung ihrer Elemente an:
 - (a) $\{x \in \mathbb{N} \mid x = x + 1\}$
 - (b) $\{x \in \mathbb{Z} \mid (x^2 - 3)(x^2 - 4)(x^2 - 5) = 0\}$
 - (c) $\{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ ist Teiler von } 80\} \cap \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ ist Teiler von } 81\}$
2. Schreiben Sie folgende Mengen unter Angabe einer charakteristischen Eigenschaft an:
 - (a) $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$
 - (b) $\{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}\}$
 - (c) $\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}\}$
3. Überprüfen Sie den Wahrheitsgehalt folgender Aussagen:
 - (a) $\emptyset \subseteq \emptyset$
 - (b) $\emptyset \in \emptyset$
 - (c) $\mathbb{N} \subseteq \{\mathbb{Z}\}$
 - (d) $\mathbb{N} \in \mathbb{Z}$
 - (e) $\{\emptyset\} \cap \emptyset = \{\emptyset\}$
4. Überprüfen Sie mit Venn-Diagrammen folgende Aussagen auf ihre Gültigkeit:
 - (a) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
 - (b) $A \cup (B \Delta C) = (A \cup B) \Delta (A \cup C)$
5. Zeichnen Sie ein beweiskräftiges Venn-Diagramm für 4 Mengen A, B, C, D .
6. Seien A, B, C Teilmengen eines Universums U . Vereinfachen Sie folgende Ausdrücke unter Verwendung von Satz 3.8 und Satz 3.9.
 - (a) $(A \cup (B \cap C)) \cap ((C_U(A) \cup (B \cap C)) \cap C_U(B \cap C))$
 - (b) $(A \cup C) \cap ((A \cap B) \cup (C_U(C) \cap B))$
7. Berechnen Sie
 - (a) $\bigcap_{n \in \mathbb{N}}]0, \frac{3}{n}]$
 - (b) $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} [2^n, 2^{n+1}[$
8.
 - (a) Finden Sie mit Mathematica alle Primzahlen der Form $10^n + 1$, die kleiner als 10^{500} sind.
 - (b) Finden Sie mit Mathematica alle Primzahlen der Form $10^n - 1$, die kleiner als 10^{500} sind. Versuchen Sie es auch ohne Mathematica.