

## Übungen zu Lineare Algebra und Analytische Geometrie 1 2. Übungsblatt für den 17. Oktober 2011

Beachten Sie bitte für alle Aufgaben mit Unteraufgaben: Ankreuzen ist nur möglich, wenn Sie alle Teilaufgaben gelöst haben.

Wir werden in der nächsten Übung eine kurze Einführung in das Softwarepaket 'Mathematica' geben und daher sind nur 5 Beispiele vorzubereiten. Wenn Sie ein Notebook mit einer installierten Mathematica-Version besitzen, nehmen Sie dieses bitte in die Übung mit.

1. Für welche Werte von  $t \in \mathbb{R}$  schneiden sich die folgenden vier Ebenen im  $\mathbb{R}^3$ ?

$$\begin{aligned}y + z &= 0 \\2x - y + z &= 0 \\x + y &= 2t \\2(x - y) + t(z + 1) &= 0\end{aligned}$$

2. Gegeben sei die Gleichung

$$x - 2y + 3z = 0. \tag{1}$$

Ergänzen Sie (1) zu einem Gleichungssystem mit drei Gleichungen, sodass das System

- (i) keine Lösung;
- (ii) genau eine Lösung;
- (iii) eine Gerade als Lösungsmenge;
- (iv) eine Ebene als Lösungsmenge

hat.

3. Berechnen Sie folgende Determinanten (mit den Methoden aus Kapitel 1 des Skriptums):

- (a)

$$\det \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

- (b)

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

- (c)

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

4. Sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie eine  $3 \times 3$ -Matrix  $Z$ , so dass

$$A \cdot Z = Z \cdot A = E,$$

wobei  $E$  die  $3 \times 3$ -Einheitsmatrix ist.

(b) Lösen Sie die Gleichungssysteme  $A \cdot x = b_i$  ( $i \in \{1, 2, 3\}$ ) wobei

$$b_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad b_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}, \quad b_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

*Hinweis:* Verwenden Sie bei (b) das Ergebnis aus (a).

5. In einer Stadt befinden sich drei große Industriebetriebe: eine Kohlegrube, ein Elektrizitätswerk und eine Lokalbahn.  
Um Kohle im Wert von 1€ zu fördern, benötigt die Kohlegrube Strom für 0.25€ und Transportkapazität für 0.25€.  
Um Elektrizität im Wert von 1€ zu produzieren, benötigt das Elektrizitätswerk Kohle für 0.65€, Strom für 0.05€ und Transportkapazität für 0.05€.  
Um Transportkapazität im Wert von 1€ bereitstellen zu können, benötigt die Lokalbahn Kohle für 0.55€ und Strom für 0.1€.  
In einer bestimmten Woche bekamen die Kohlegrube bzw. das Elektrizitätswerk von auswärts den Auftrag für 500000€ Kohle und für 250000€ Strom zu liefern. Wieviel muß jeder der drei Betriebe in dieser Woche produzieren, um sowohl die eigenen Bedürfnisse als auch die von auswärts kommenden Aufträge erfüllen zu können?